

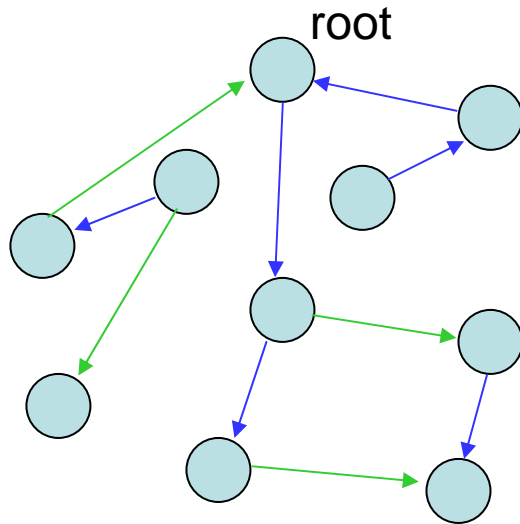
# 述語抽象化によるアルゴリズムの検証 ～ シェープ解析を例として

PPL サマースクール  
2006年9月12日

産業技術総合研究所 システム検証研究センター  
東京大学大学院情報理工学系研究科  
田辺良則

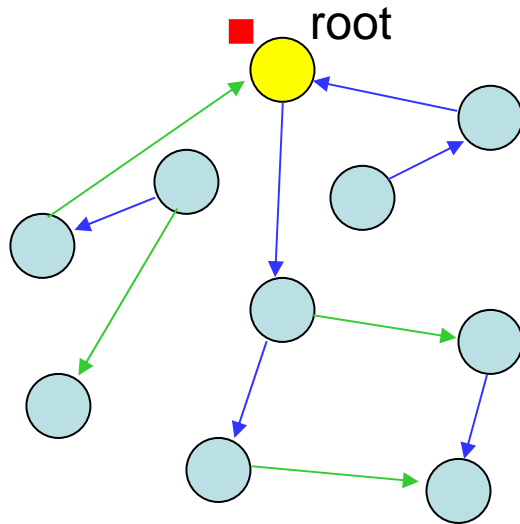
- 投影されるスライドは、お手元の配付資料から更新されたものになっています。
- このスライド (またはさらに更新された版) は、以下のURLからダウンロードできます:  
**<http://staff.aist.go.jp/tanabe.yoshinori/06/09/12/>**

# マーキングアルゴリズム

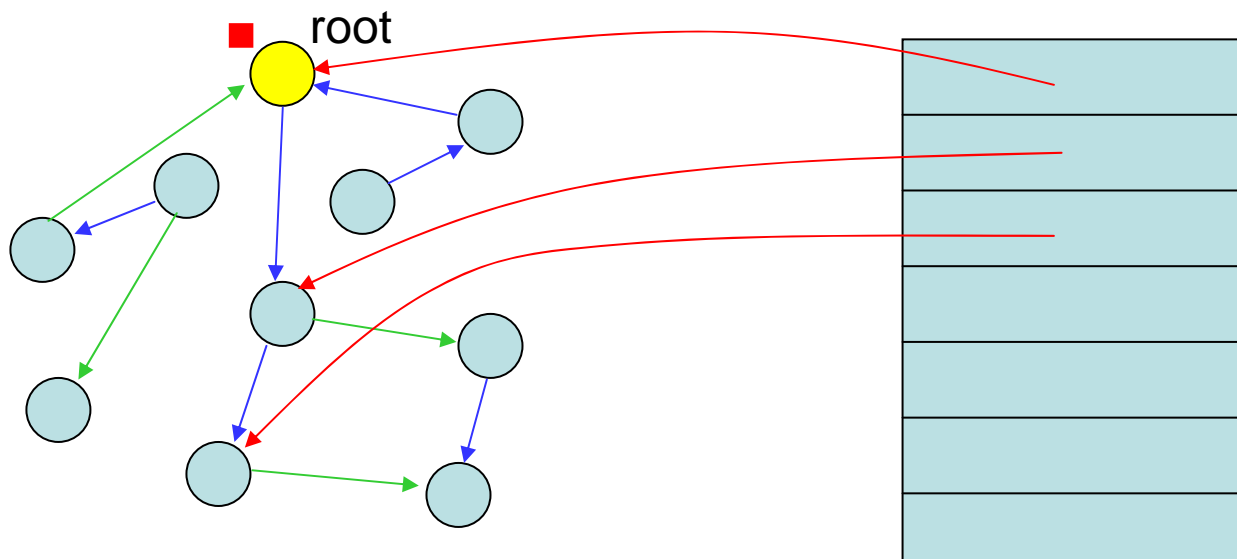




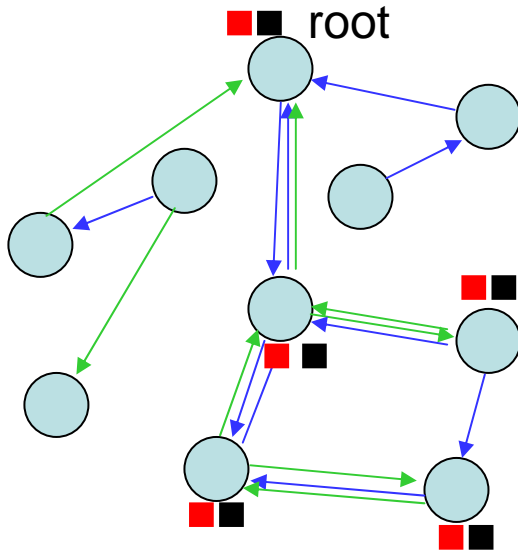
# 深さ優先探索マーキングアルゴリズム



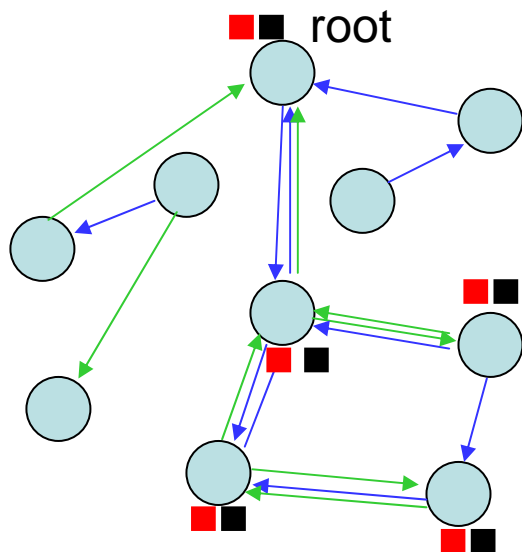
# 深さ優先探索マーキングアルゴリズム



# Deutsch-Schorr-Waiteマーキングアルゴリズム



# Deutsch-Schorr-Waiteマーキングアルゴリズム



```

void dsw(node root) {
    node t = root;
    node p = NULL;
    while (p != NULL || (t != NULL && ! t->m))
    {
        if (!(t == NULL || t->m)) { /* push */
            node q = p;
            p = t; t = t->l;
            p->l = q; p->m = 1; p->c = 0;
        } else if (! p->c) { /* swing */
            node q = t;
            t = p->r; p->r = p->l;
            p->l = q; p->c = 1;
        } else { /* pop */
            node q = t;
            t = p; p = p->r; t->r = q;
        }
    }
}
    
```



# 本日の内容

- 導入: DSWマーキングアルゴリズム
- 背景: 検証, モデル検査, ...
- 述語抽象化によるソースコード検証
  - 遷移空間と抽象化
  - 述語抽象化とその正当性
  - 反例に基づく抽象構造の詳細化
- シェープ解析
  - 3値論理
  - 抽象化とその正当性
  - ツールTVLA

対象: 一般的なCプログラム

対象: DSWのような「リンク構造」

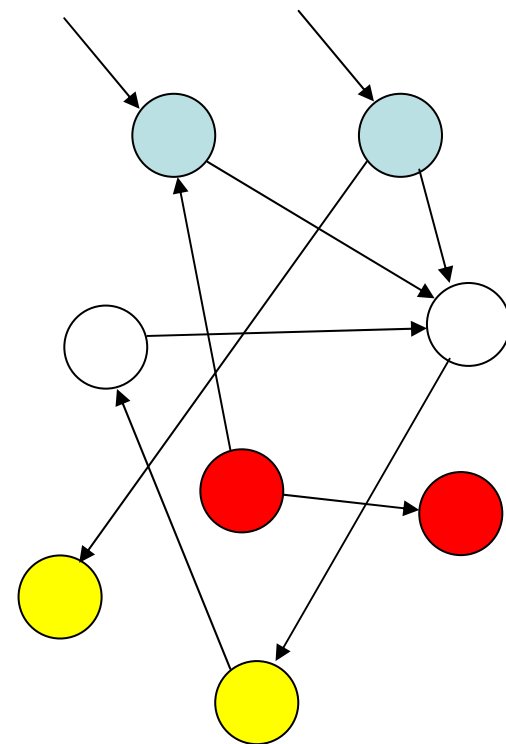
背景: 検証, モデル検査, ソースコード検証...

# 「検証」へのアプローチ

- 対話型検証
  - 検証すべき問題を数学的に定式化.
  - 定理証明器による支援
  - 高い専門的知識が要求される.
- 自動検証
  - 検証すべき問題を, 有限個の空間の探索問題に落とす.
  - 代表例: モデル検査
  - 適用できる範囲にはあるが, 「ボタン一つで」答が出る.
- 混合

# モデル検査

- 状態遷移系: 有限個 (でも, 巨大かも) の「状態」とそれらの間の「遷移関係」, 「初期状態」が指定されている.
- 遷移に関する性質の検証.
  - 赤には決して到達しない.
  - 黄色に行くまでには白を必ず通る
- 全数探索
- 効率的なアルゴリズムが発達
  - 状態数 $10^{120}$ くらいは実績がある.

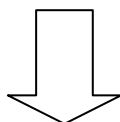


# 自動検証方式によるソースコード検証

- 基本的には、モデル検査に持ち込む.
- 状態数爆発
  - int型の変数が10個あったら、状態数は $(2^{32})^{10}$
- 抽象化によって状態数を減らす.
  - たくさんの状態をひとつの状態にまとめて、小さな状態遷移系にする.
  
- まとめた後の遷移関係は?
- 「小さな」遷移系で検査をして、ソースコードを検査したことになる?

# アルゴリズムの検証

- アルゴリズムをコード / 擬似コードで書く.



- ソースコード検証

実は必ずしもイコールではないが....

# 述語抽象化によるソースコード検証

# Running Example

```
Example() {  
    do {  
        lock();  
        old = new;  
        q = q->next;  
        if (q != NULL) {  
            q->data = new;  
            unlock();  
            new++;  
        }  
    } while (new != old);  
    unlock();  
    return;  
}
```

- ロック済みのときに再度ロックしないか？
- ロックしていないときにロック解除をしないか？



# Running Example

```
Example() {
    LOCK = 0
    do {
        lock();
        old = new;
        q = q->next;
        if (q != NULL) {
            q->data = new;
            unlock();
            new++;
        }
    } while (new != old);
    unlock();
    return;
}
```

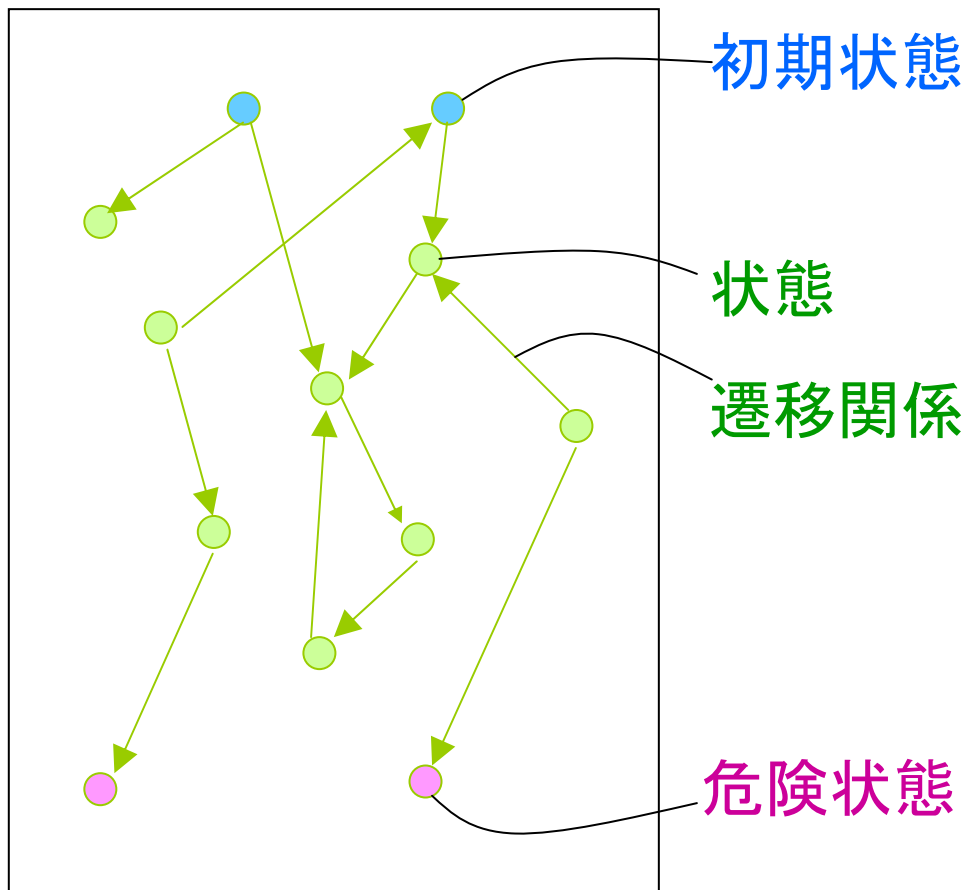
```
void lock() {
    if (LOCK == 1) {
ERROR:
    }
    LOCK = 1;
}

void unlock() {
    if (LOCK == 0) {
ERROR:
    }
    LOCK = 0;
}
```

ERRORラベルに到達しない

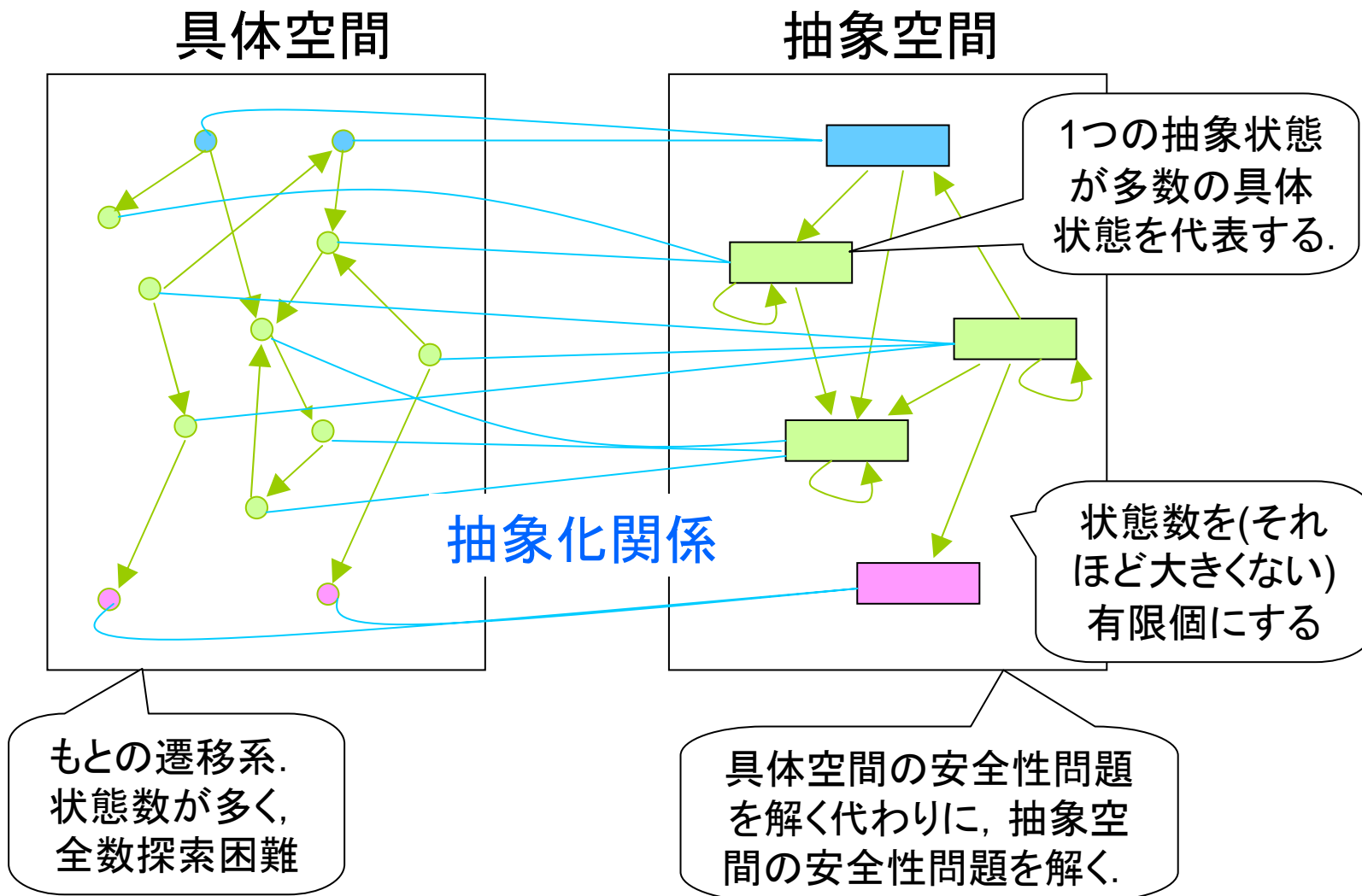
# 遷移系の安全性問題

遷移系

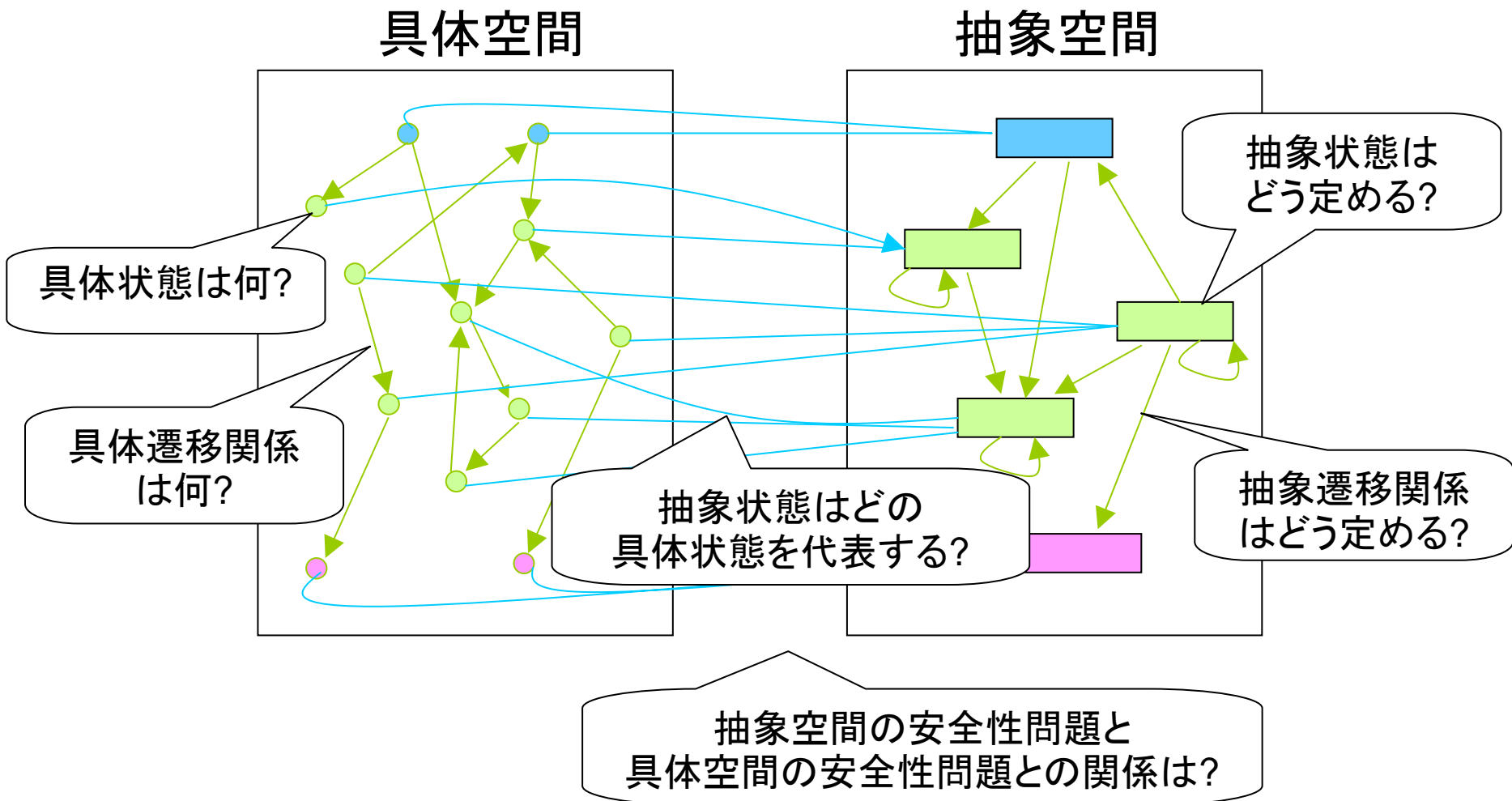


- **安全性問題:**  
初期状態から危険状態に達するか?
- 多数/無限個の状態 ==> 全数調査は不可能

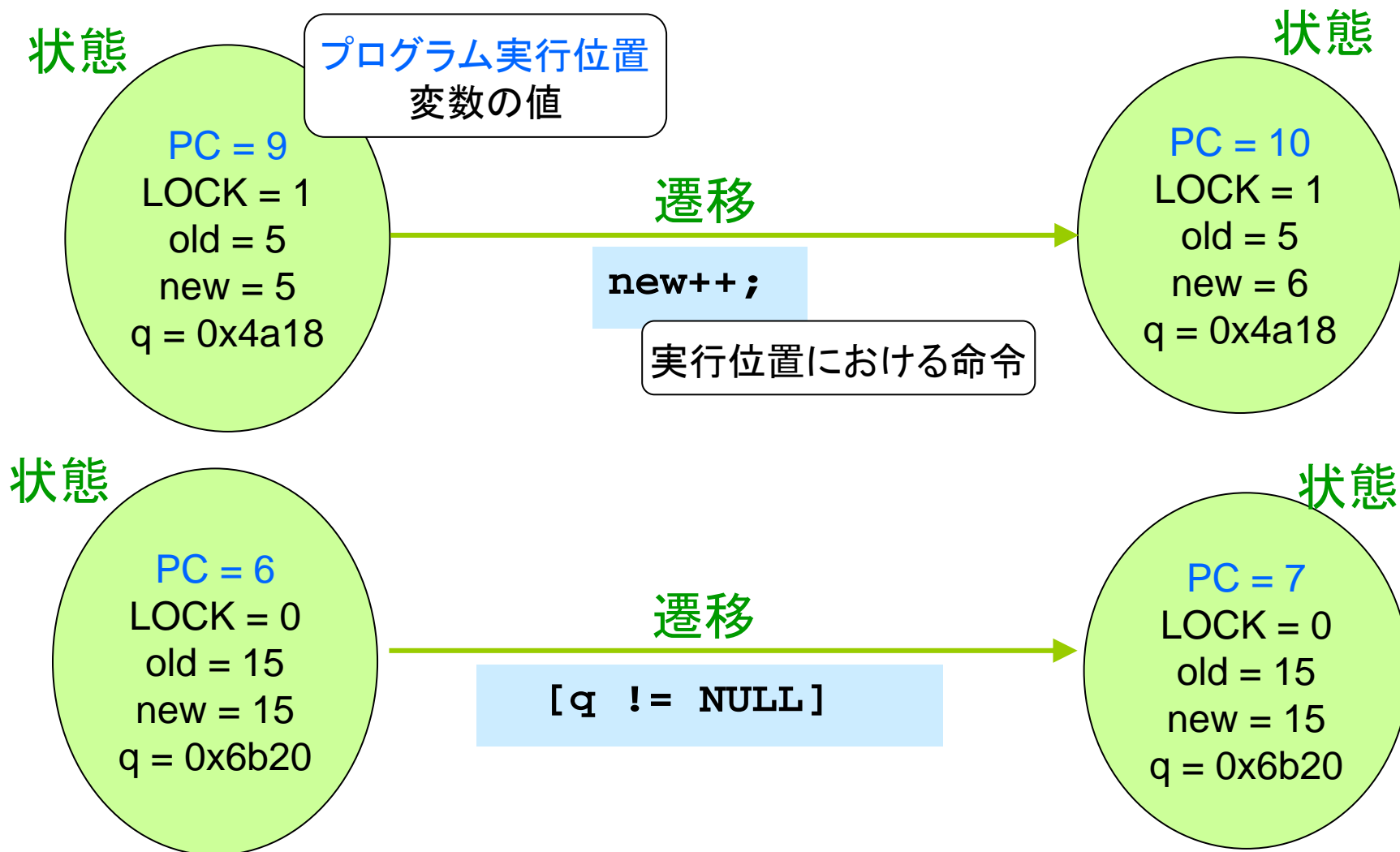
# 安全性問題の抽象化による解



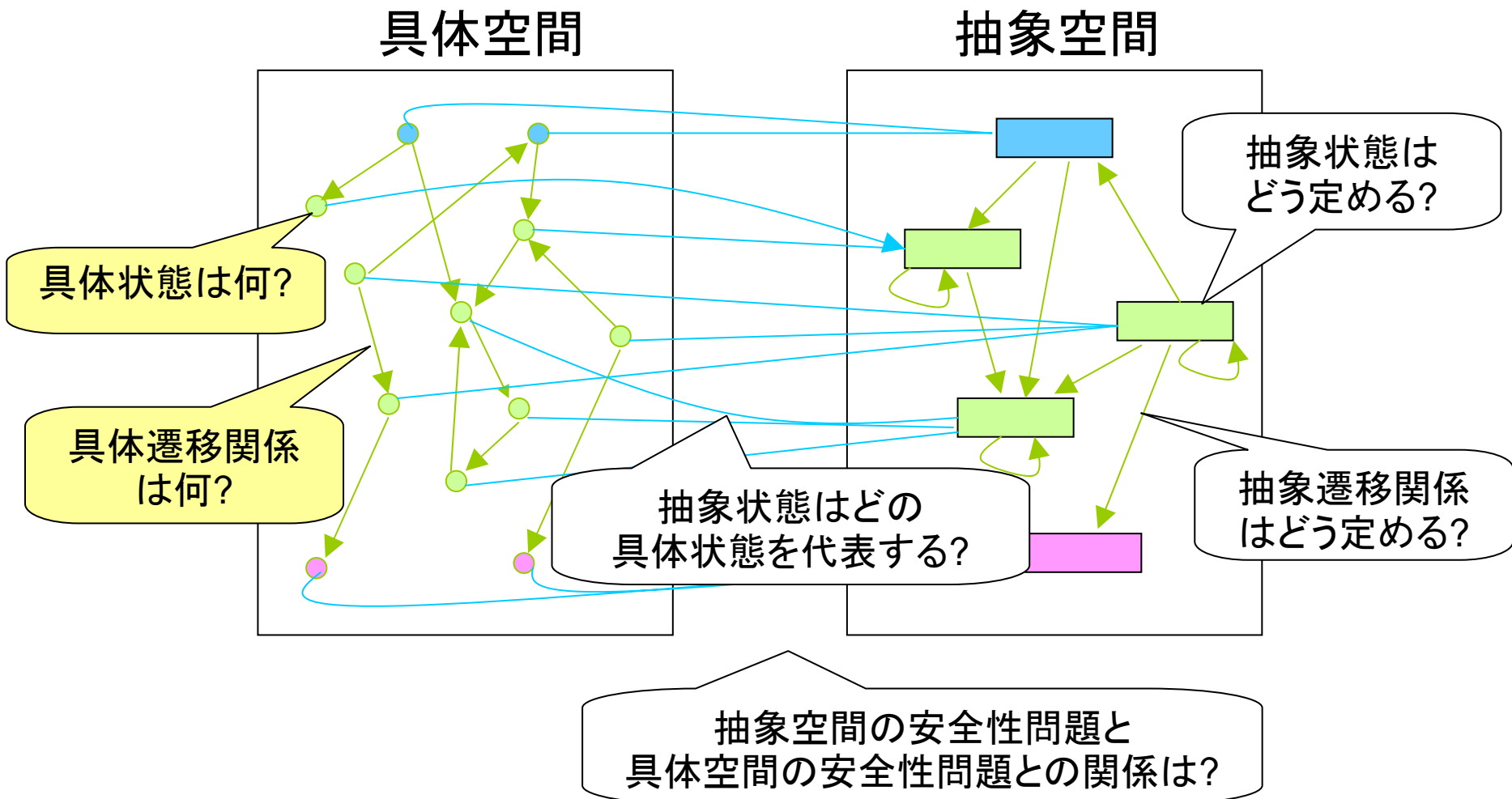
# 適用するには....



# 具体状態と遷移



# 適用するには....



# 述語による抽象化

- 有限個の述語  $P_1, \dots, P_n$  を決める.

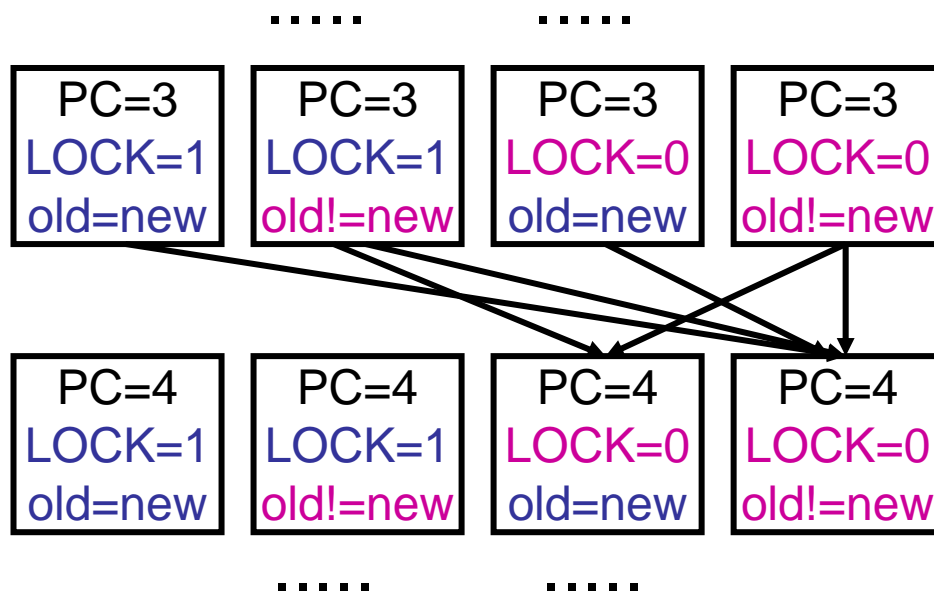
- 抽象状態:

- PC (プログラム実行位置)
- $P_1$  の真偽
- ...
- $P_n$  の真偽

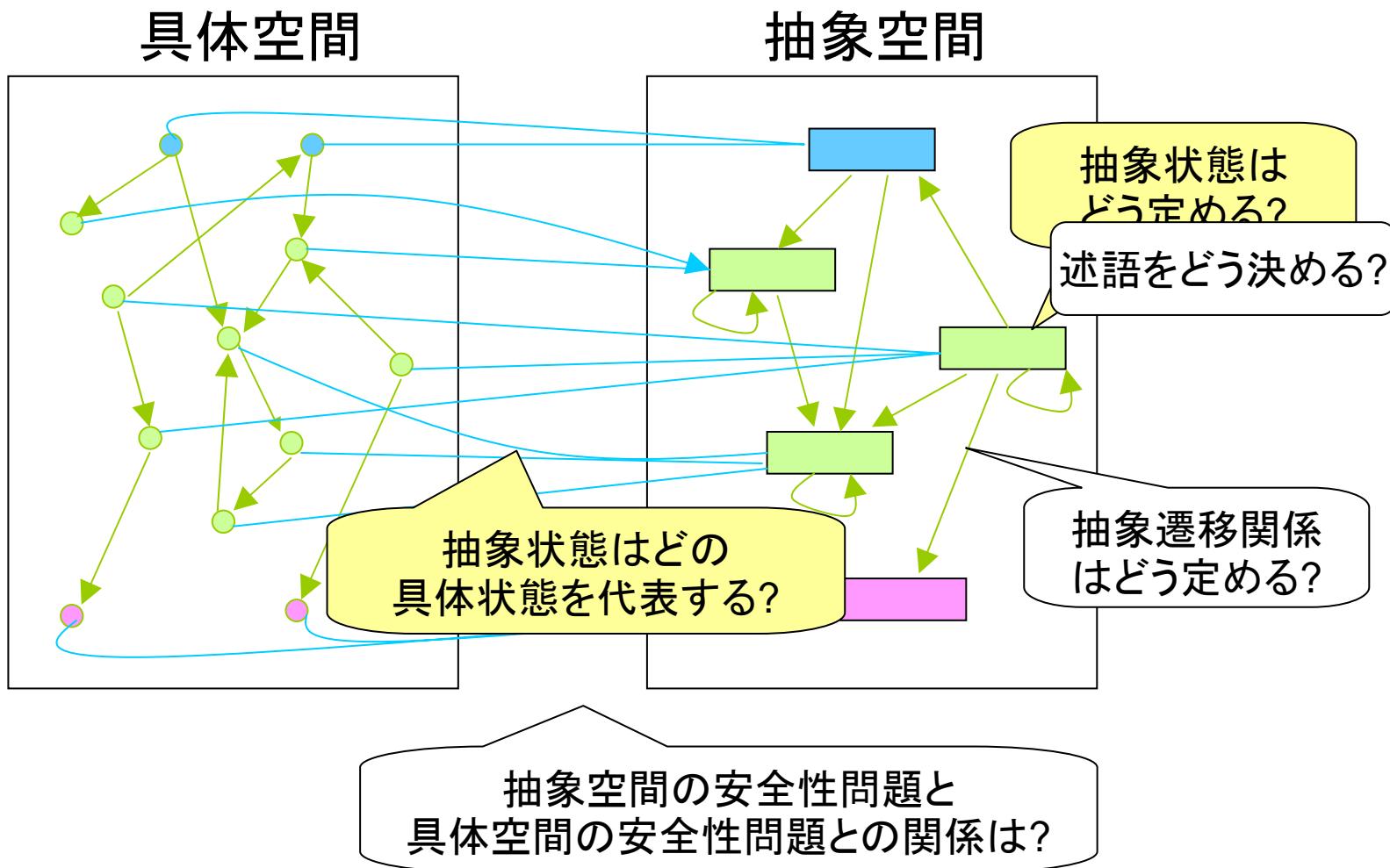
(例):

–  $P_1$ : LOCK = 1

–  $P_2$ : old = new



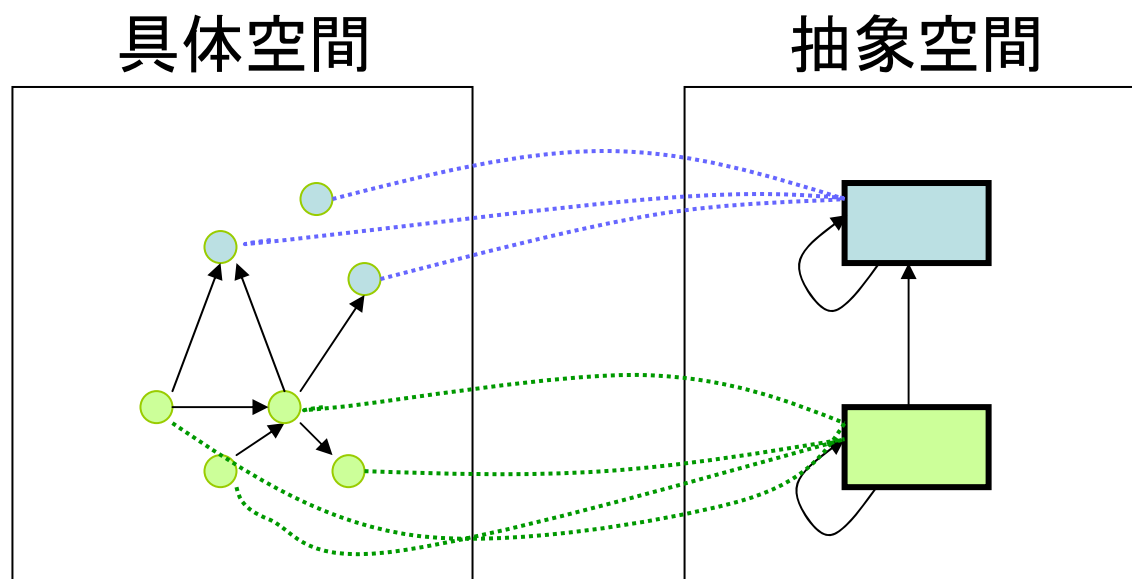
# 適用するには....





# 抽象化の正当性

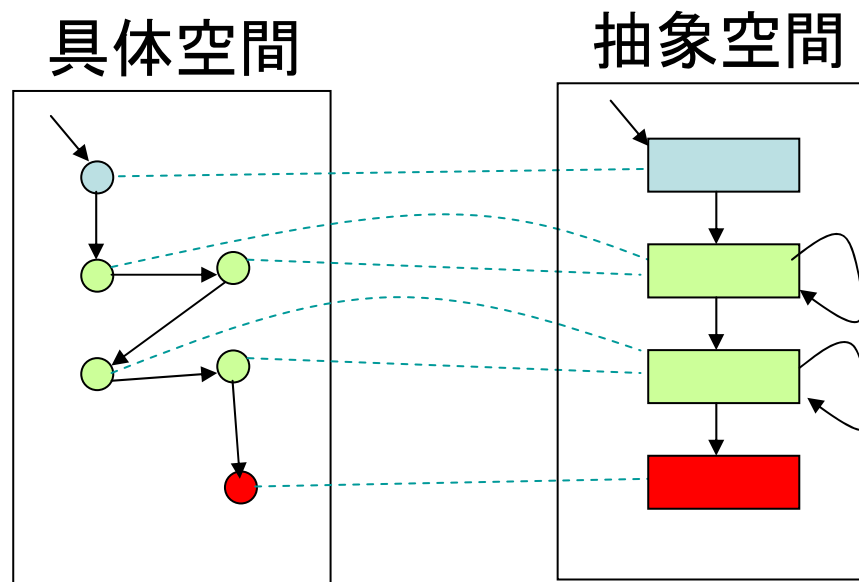
- Existential Abstraction  
具体空間の2状態間に遷移があれば、  
対応する抽象空間の2状態間にも遷移がある。



# 抽象化の正当性

Existential Abstraction においては、抽象空間において対応する安全性が検証できれば、具体空間における安全性が検証できたことになる。

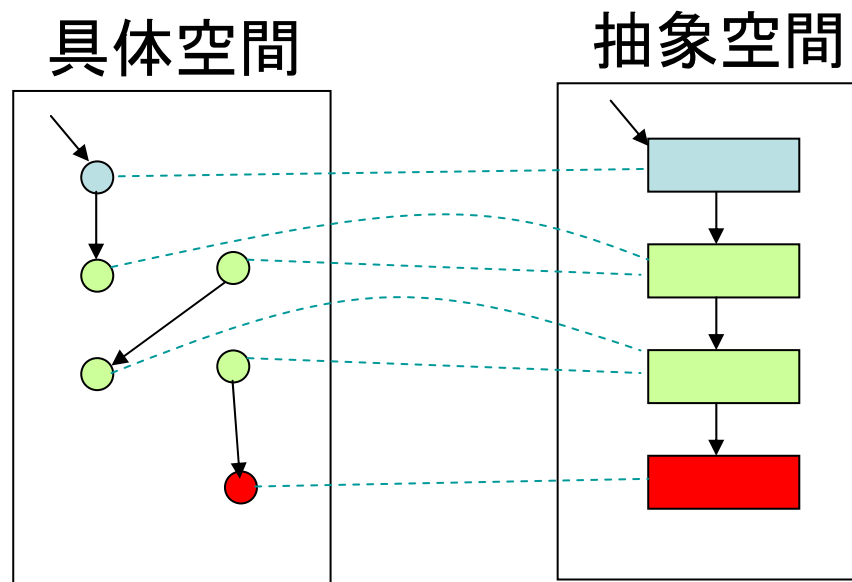
対偶: 具体空間において危険状態に達し得るのであれば、抽象空間でもそうなる。



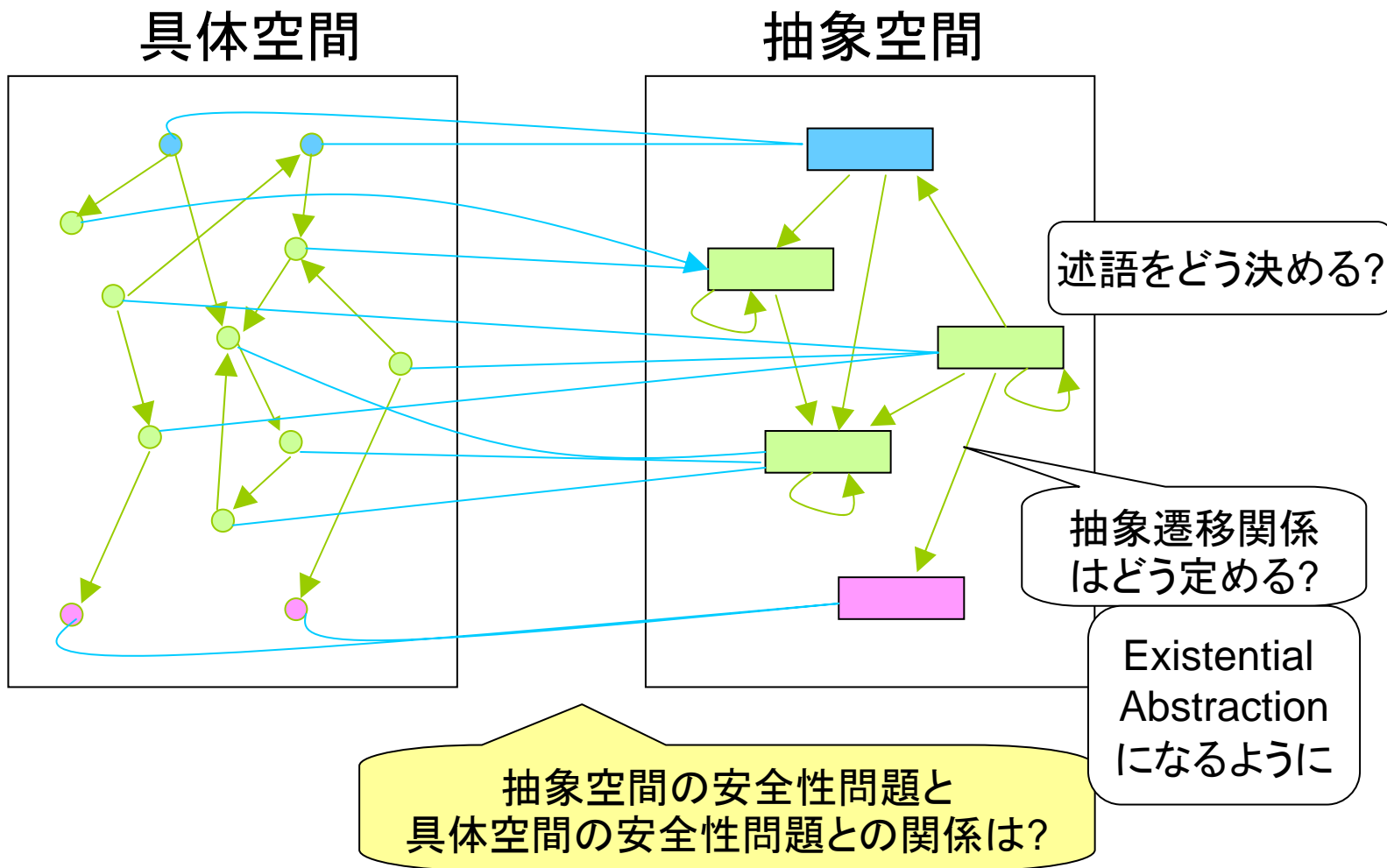
# 抽象化の正当性

Existential Abstraction においては、抽象空間において対応する安全性が検証できれば、具体空間における安全性が検証できたことになる。

注意:  
逆は成立しない。



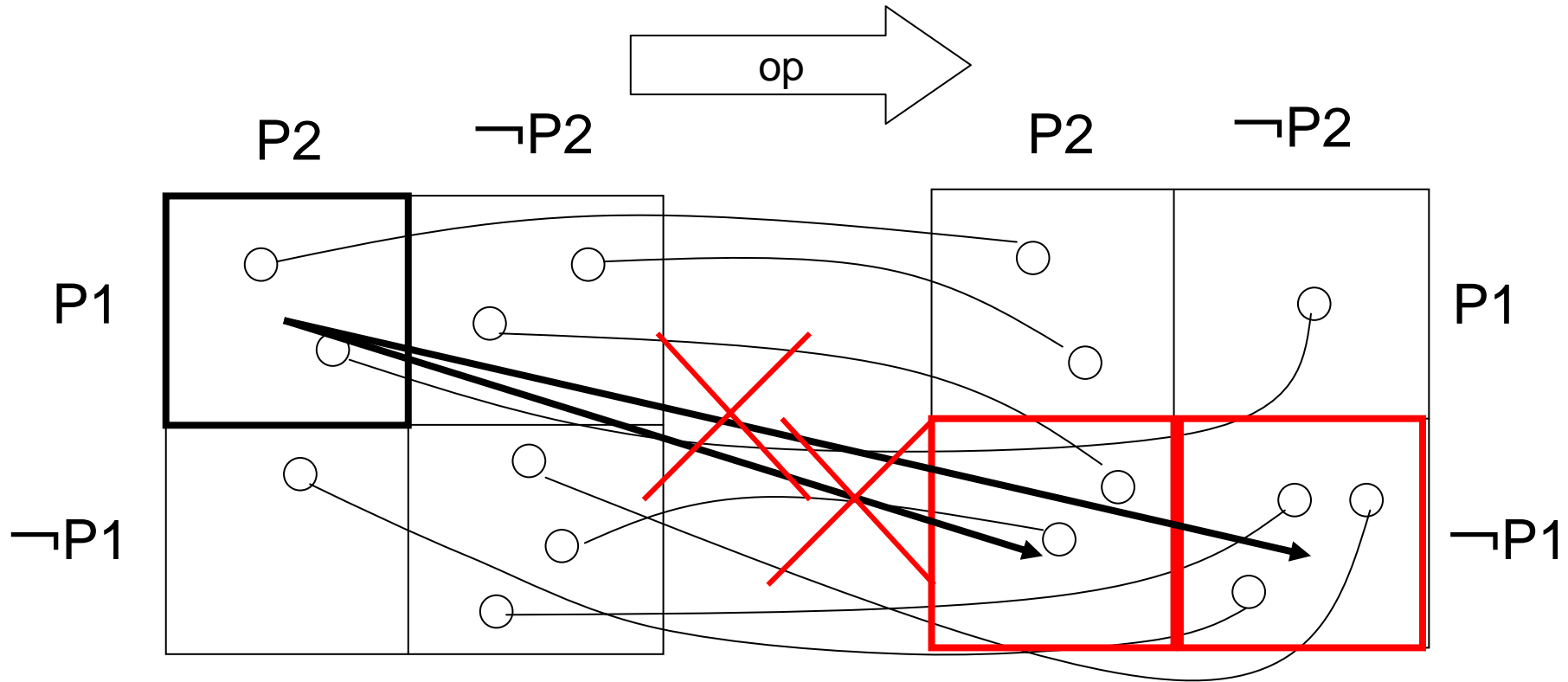
# 適用するには....



# 最弱事前条件

- $P$ : 条件,  $OP$ : 命令
- $WP(P, OP)$ : 以下を満たす最も弱い条件  $P'$ :  
「 $OP$ を実行する前に  $P'$  が成り立っていれば,  
 $OP$ の実行後に  $P$  が成り立つ.」
- 例:  $WP(P, x=e) = P[e/x]$   
 $WP(\text{new} == \text{old}, \text{new} = \text{new}+1)$   
 $= \text{new}+1 == \text{old}$

# 遷移関係の計算(1)

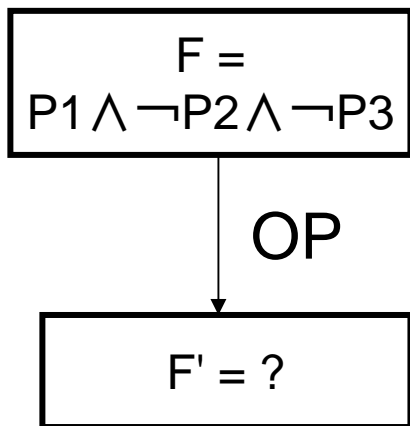


$(P1 \wedge P2) \Rightarrow WP(P1, op)$  が恒真

$P1 \wedge P2$  なら,  $op$  のあと, 必ず  $P1$  になる.

$P1 \wedge P2$  から,  $\neg P1$  への遷移はない.

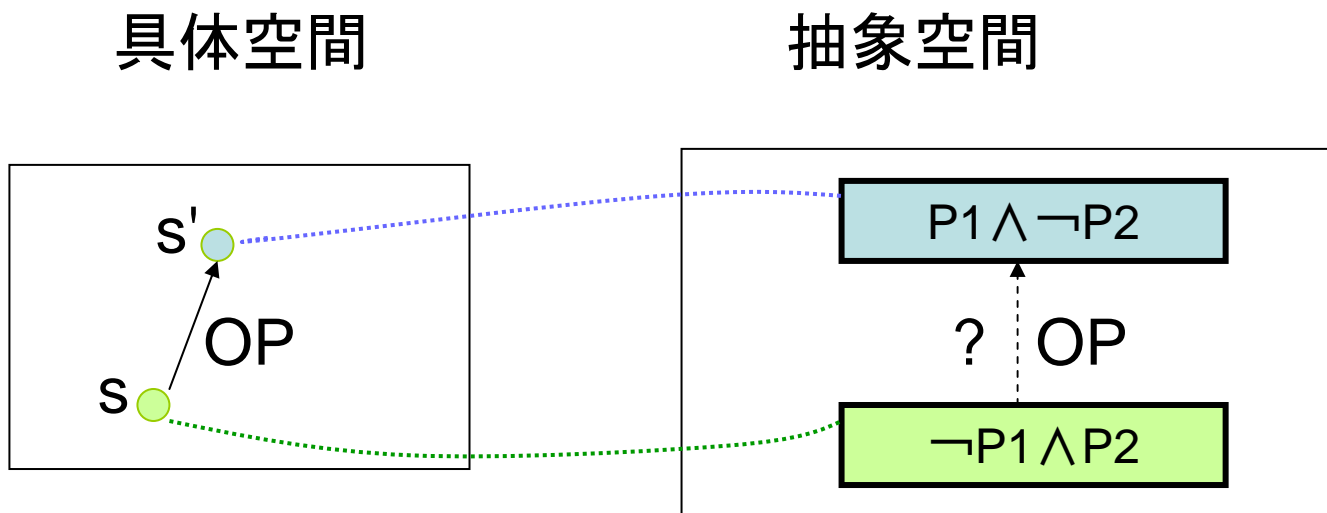
## 遷移関係の計算 (2)



- (F, PC)から遷移できる状態はどこか?
- PCからOPを得る.
- 各 $P_n$  について,  $WP(P_n, OP)$ ,  $WP(\neg P_n, OP)$  を求める.
- 自動定理証明器に,  
$$F \Rightarrow WP(P_n, OP)$$
が恒真であるかどうか問い合わせる.
- Yes なら,  $\neg P_n$ を含む状態へは遷移できない. (Noなら遷移できる.)
- 同様に  $F \Rightarrow WP(\neg P_n, OP)$  が更新なら,  $P_n$ を含む状態へは遷移できない.

# 述語抽象化の正当性

- 述語抽象化は, Existential Abstraction である.



上図のような状況を考える.

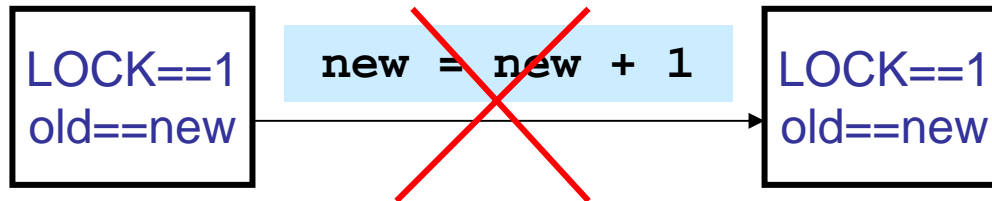
$\neg P1 \wedge P2 \Rightarrow WP(\neg P1, OP)$  が恒真だとする.  $s$  は  $\neg P1 \wedge P2$  をみたすから,  $s$  は  $WP(\neg P1, OP)$  をみたすことになる. したがって,  $s'$  は  $\neg P1$  をみたすはず. だが,  $s'$  に対応する抽象空間では  $P1$  が成り立つ. したがってこれは恒真ではない.

同様に,  $\neg P1 \wedge P2 \Rightarrow WP(P2, OP)$  も恒真でない.

したがって, 抽象遷移がある.



# 遷移関係の計算例 (1)



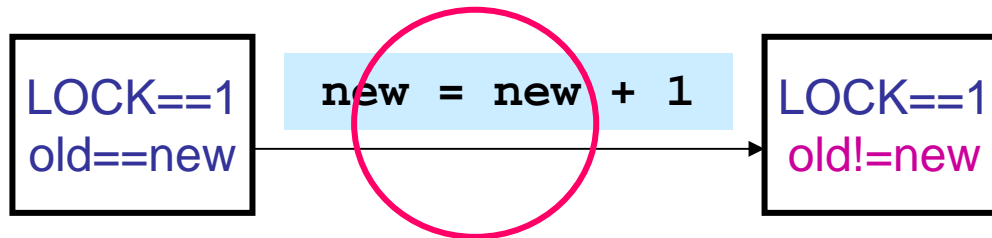
$WP(\text{LOCK} \neq 1, \text{OP}) = \text{LOCK} \neq 1$

$\text{LOCK} == 1 \wedge \text{old} == \text{new} \Rightarrow \text{LOCK} \neq 1$  : 恒真でない

$WP(\text{old} \neq \text{new}, \text{OP}) = \text{old} \neq \text{new} + 1$

$\text{LOCK} == 1 \wedge \text{old} == \text{new} \Rightarrow \text{old} \neq \text{new} + 1$  : 恒真

## 遷移関係の計算例 (2)



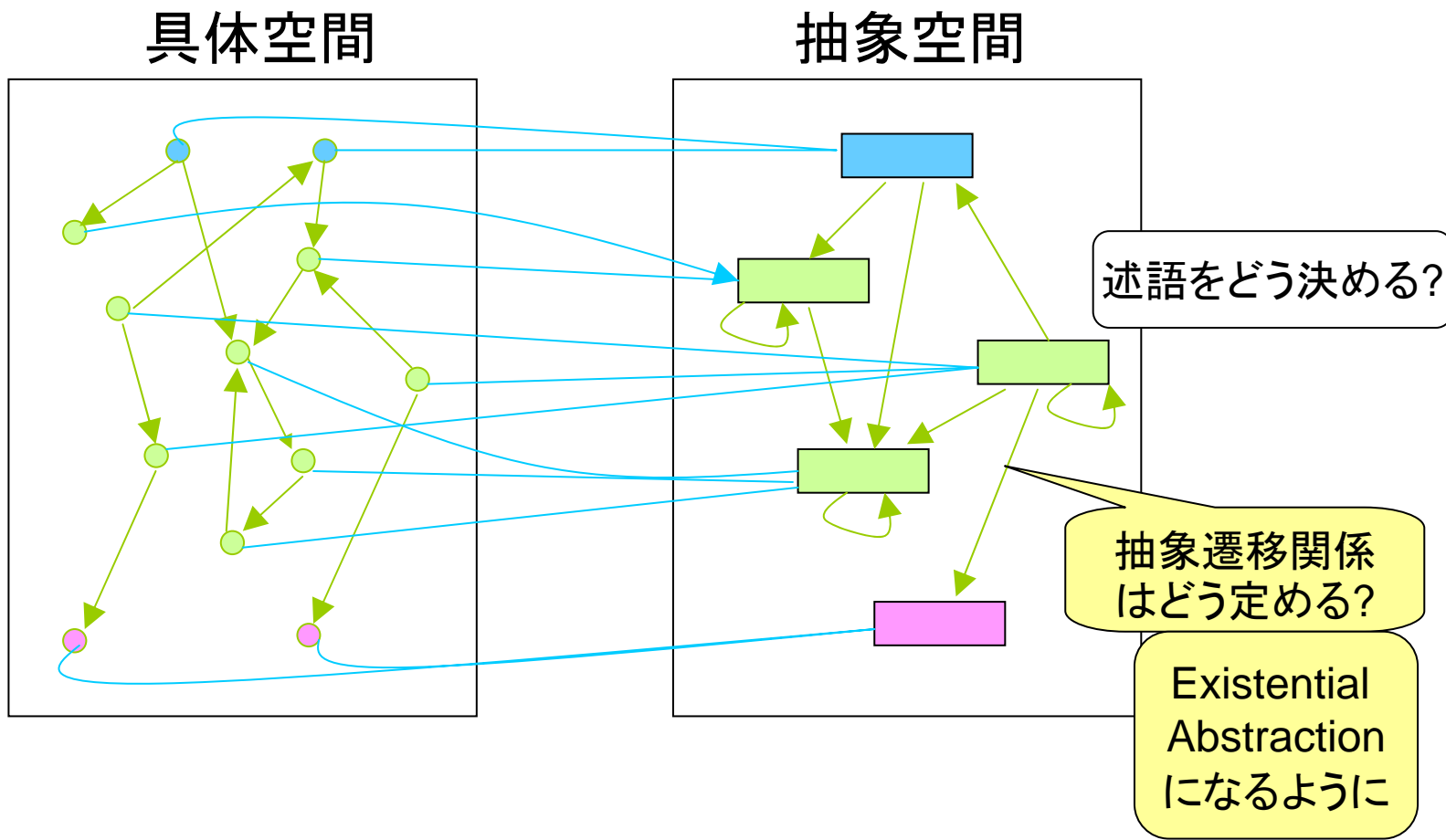
$WP(LOCK \neq 1, OP) = LOCK \neq 1$

$LOCK == 1 \wedge old == new \Rightarrow LOCK \neq 1$  : 恒真でない

$WP(old == new, OP) = old == new + 1$

$LOCK == 1 \wedge old == new \Rightarrow old == new + 1$  : 恒真でない

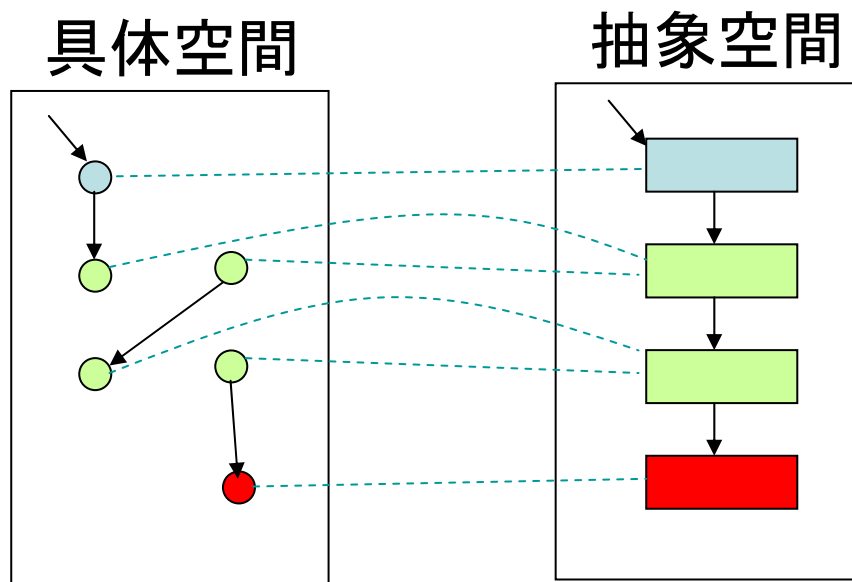
# 適用するには....



# 抽象化の正当性 (再掲)

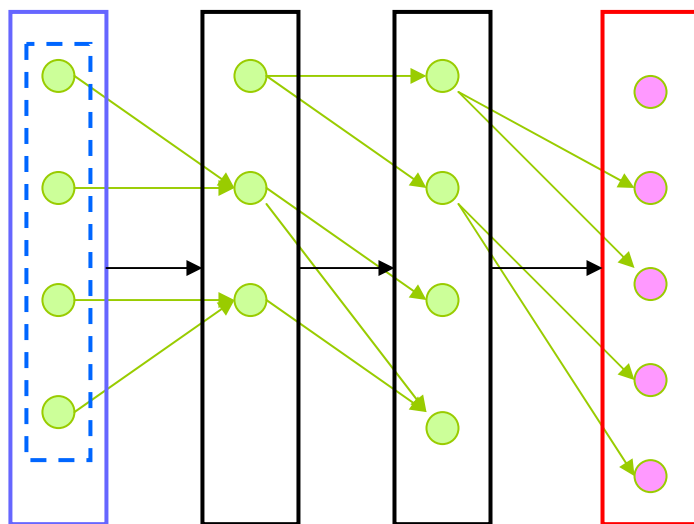
Existential Abstraction においては、抽象空間において対応する問題が検証できれば、具体空間における安全性が検証できたことになる。

注意:  
逆は成立しない。



# 偽反例

- 具体空間では安全性が成立しているのに、抽象空間では危険状態に達する場合がある。「偽反例 (spurious counterexample)」

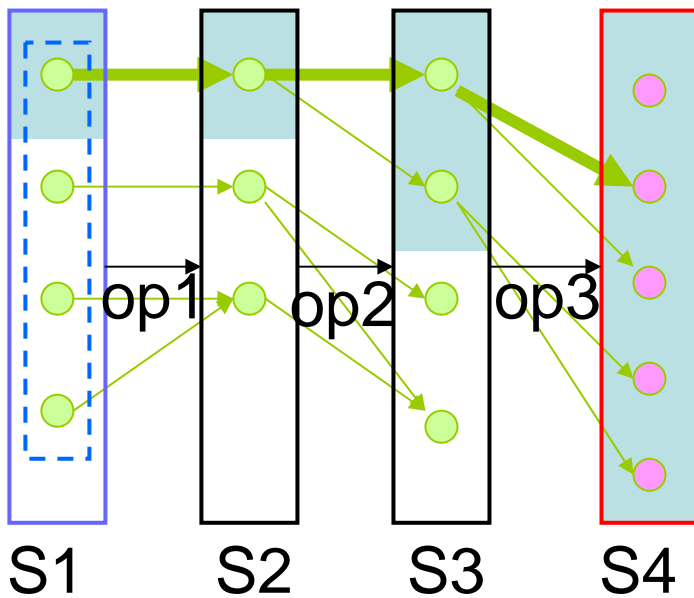


初期状態

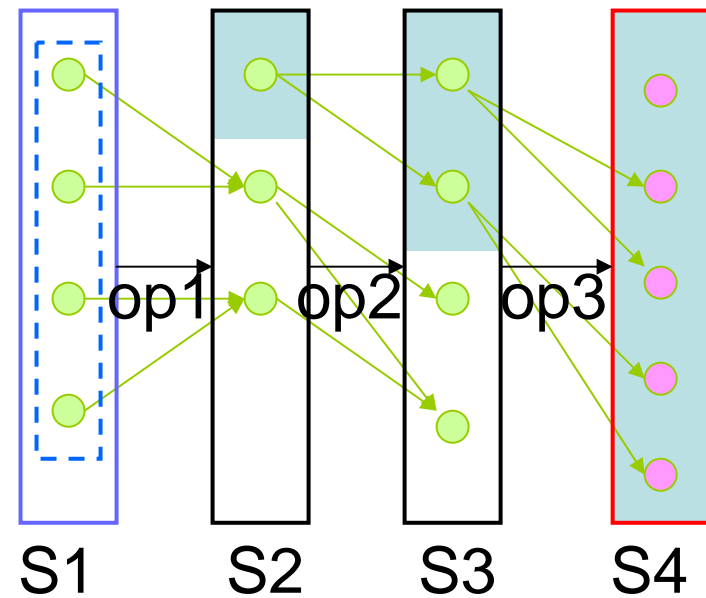
# 偽反例の判定 (1)

$C1 = WP(op1, C2) \neq \text{false}$   
 $C2 = WP(op2, C3)$   
 $C3 = WP(op3, C4)$   
 $C4 = \text{true}$

$C1 = WP(op1, C2) = \text{false}$   
 $C2 = WP(op2, C3)$   
 $C3 = WP(op3, C4)$   
 $C4 = \text{true}$



真の反例



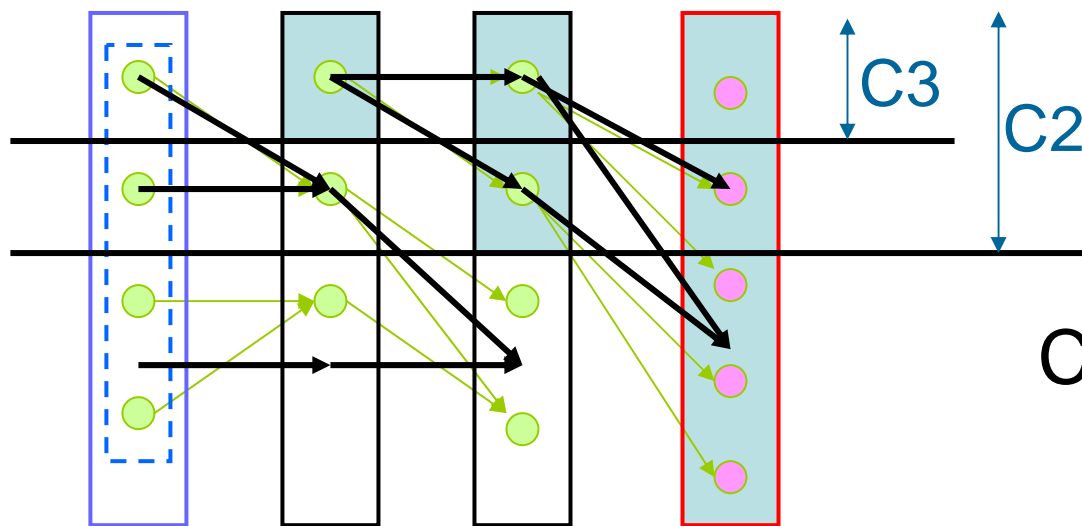
偽反例

## 偽反例の判定 (2)

- 抽象空間における反例 (初期状態から危険状態にいたる列  $S_1, \dots, S_n$  が偽反例かどうかを判定:
- $S_i$  から  $S_{i+1}$  への命令を  $OP_i$  とする.
- $C_n = \text{true}$
- $C_{i-1} = \text{WP}(C_i, OP_{i-1})$  ( $i = n, \dots, 2$ )
- $C_1$  が false でなければ, 真の反例である.
- $C_1$  が false であれば, 偽反例である.

# 反例による詳細化

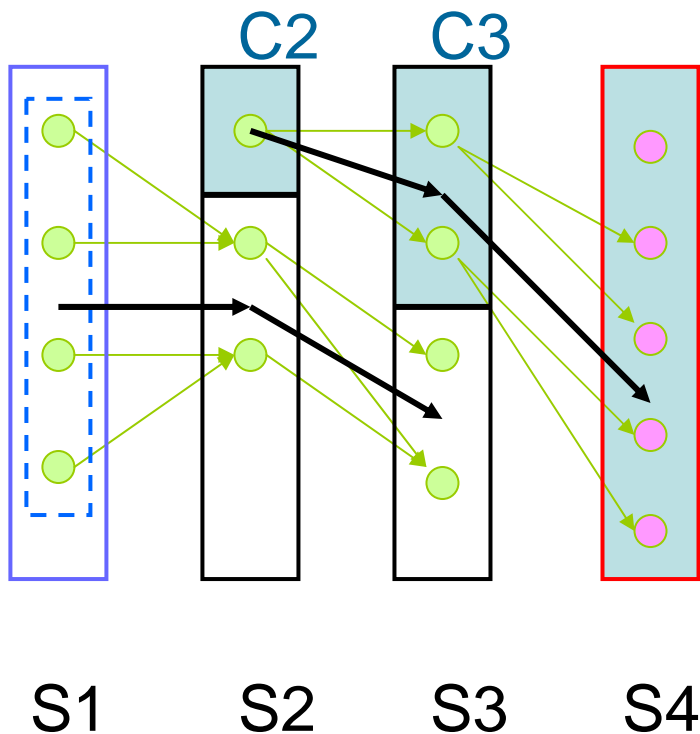
- 偽反例の原因: 抽象化の粒度が粗すぎる.
- 偽反例を排除するように, 抽象化の精度を上げる.  
反例による詳細化 (CEGAR = CounterExample-Guided Abstraction Refinement)



C2とC3を述語として  
追加

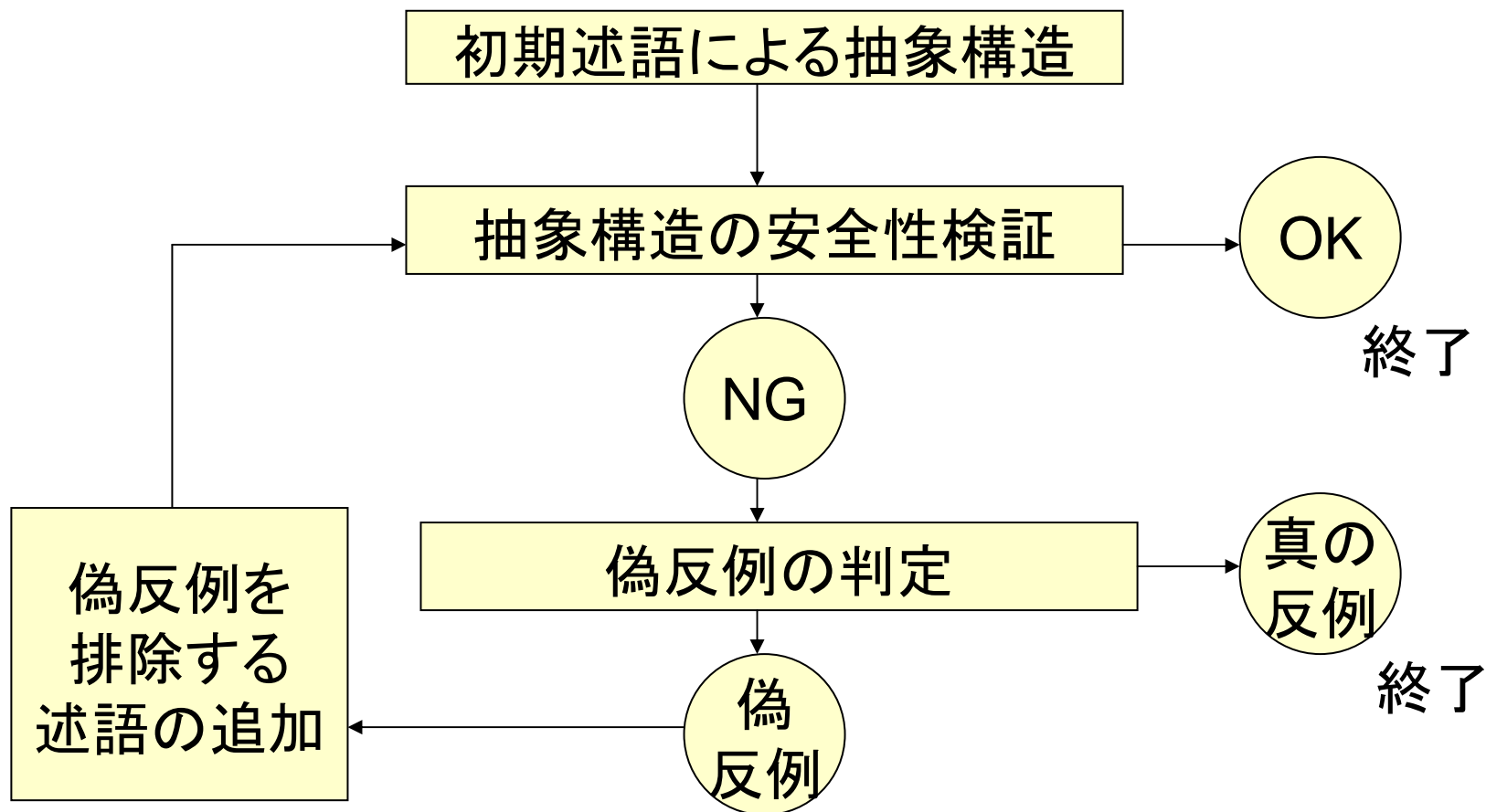


# 効率化: 述語を局所的に定義



- C2はS2でのみ述語として採用.
- C3はS3でのみ述語として採用

# 述語抽象化による安全性検証: 全体像



## ツール

述語抽象化の手法を(も)使っているソースコード検証  
ツール

- SLAM (Microsoft)
- BLAST (UC Berkeley)
- Bandera (Kansas State Univ)
- Java PathFinder (NASA)
- MAGIC (CMU)
- CBMC (CMU)

# 抽象化によるシェープ解析

# シェープ解析

- 「リンク」を持つデータの「形状」に関する解析
  - 一方向リスト, 双方向リスト, 木, DAG, ...
  - DSWの検証は, ある意味典型的な問題.
- 自動検証アプローチ
  - TVLA (Sagiv, Reps, Wilhelm, ... )
  - PALE (Møller, Schwartzbach, ...)
- 対話検証アプローチ
  - Separation Logic (Reynolds, O'Hearn, ...)

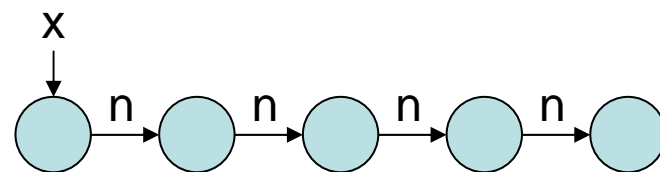
# TVLA

- Three-Valued Logic Analysis engine
- Tel-Aviv University
- M. Sagiv, T. Reps, R. Wilhelm, ...
- <http://www.cs.tau.ac.il/~tvla/>
- ヒープ上に構築されたデータに関する性質の検証を、抽象化の手法で行うツール。

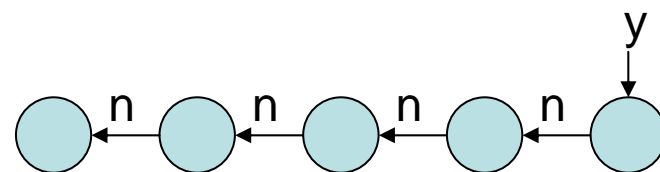
# Running Example

- 「リストを逆転させるアルゴリズム」

- 入力: xから始まる一方向リスト



- 出力: yから始まる一方向リスト



- 性質

- 実行中, NULLポインタ参照外しが起こらない.
- 入力と出力のリストの要素は一致している.
- 入力と出力で「指す」という関係 (リンク関係) が反転している.

# Running Example

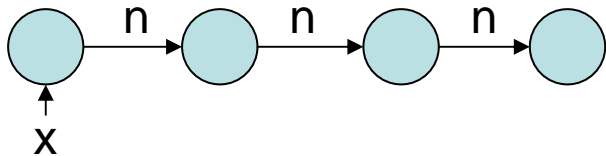
```
/* list.h */
typedef struct node {
    struct node *n;
    int data;
} *List;
```

```
/* reverse.c */
#include "list.h"
List reverse(List x) {
    List y, t;
    y = NULL;
    while (x != NULL) {
        t = y;
        y = x;
        x = x->n;
        y->n = t
    }
    return y;
}
```

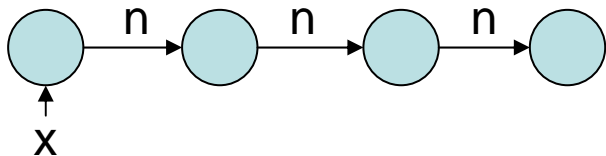


# Running Example

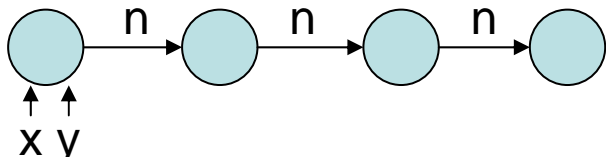
**t=y**



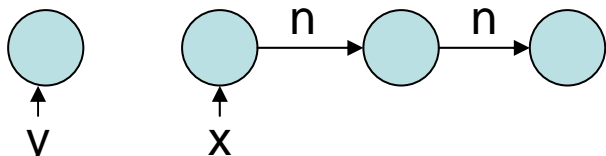
**y=x**



**x=x->n**



**y->n=t**

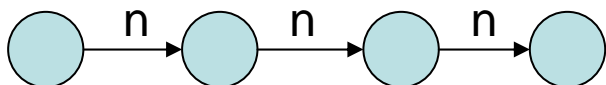
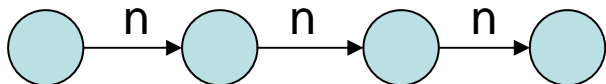


```

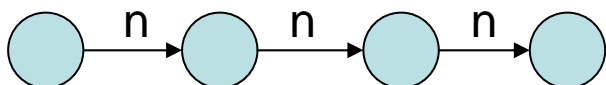
y = NULL;
while (x != NULL) {
  t = y;
  y = x;
  x = x->n;
  y->n = t
}
  
```

# Running Example

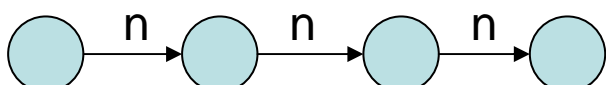
**t=y**



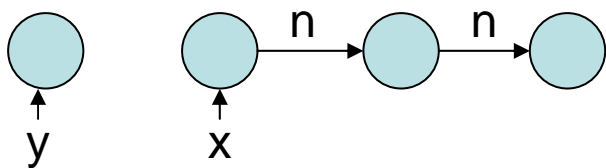
**y=x**



**x=x->n**



**y->n=t**



**t=y**



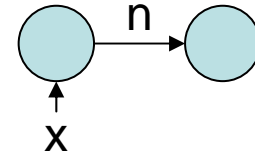
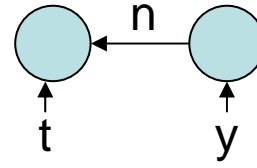
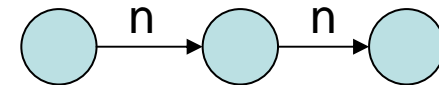
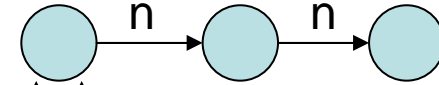
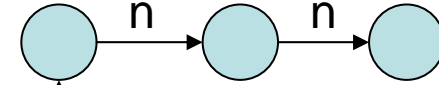
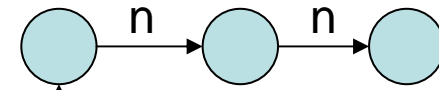
**y=x**



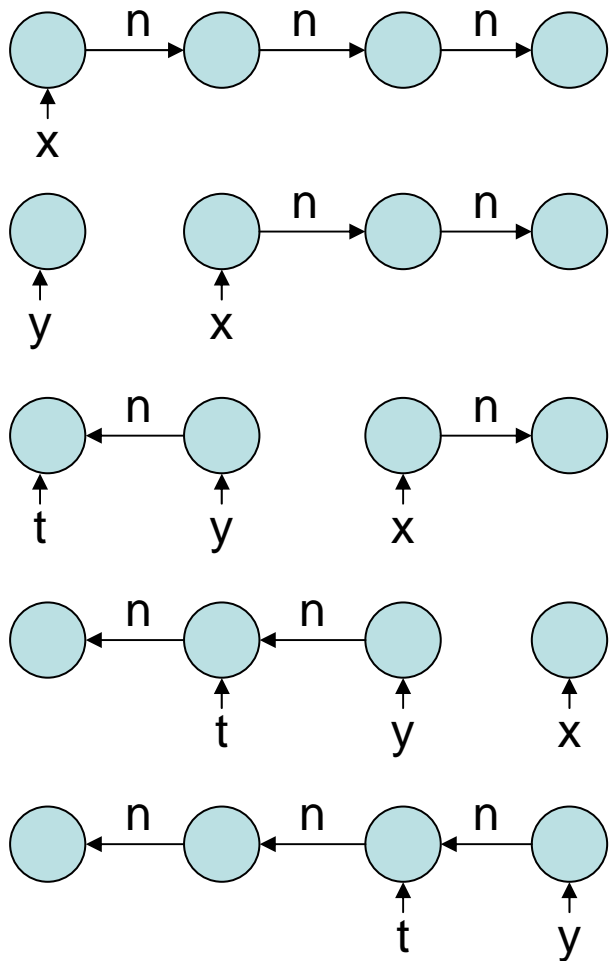
**x=x->n**



**y->n=t**



# Running Example



```

y = NULL;
while (x != NULL) {
    t = y;
    y = x;
    x = x->n;
    y->n = t
}

```

# 準備: Kleene の3値論理

- 真偽値: 0(偽), 1(真), 1/2(不明)

でない

	0	1/2	1
$\neg$	1	1/2	0

かつ

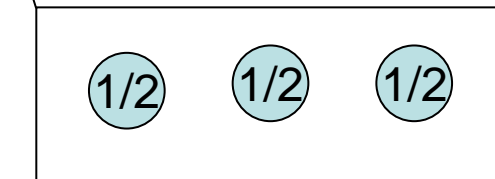
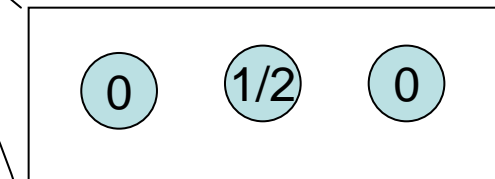
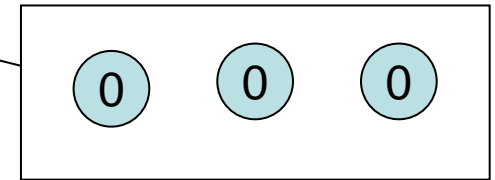
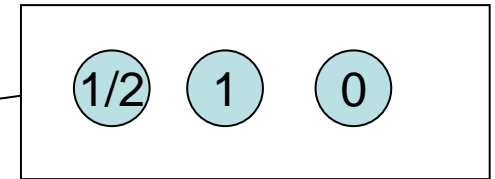
$\wedge$	0	1/2	1
0	0	0	0
1/2	0	1/2	1/2
1	0	1/2	1

または

$\vee$	0	1/2	1
0	0	1/2	1
1/2	1/2	1/2	1
1	1	1	1

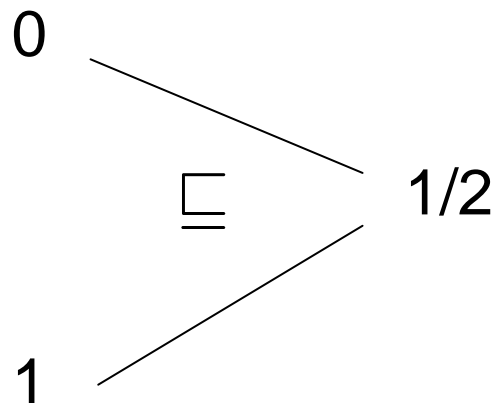
# 準備: Kleene の3値論理

- $\exists x. p(x)$  の値は
  - 1:  $p(u)$ の値が1となる $u$ がある.
  - 0:  $p(u)$ の値がすべて0.
  - $1/2$ : それ以外.
- $\forall x. p(x)$  の値は
  - 1:  $p(u)$ の値がすべて1.
  - 0:  $p(u)$ の値が0となる $u$ がある.
  - $1/2$ : それ以外.



## 準備: Kleene の3値論理

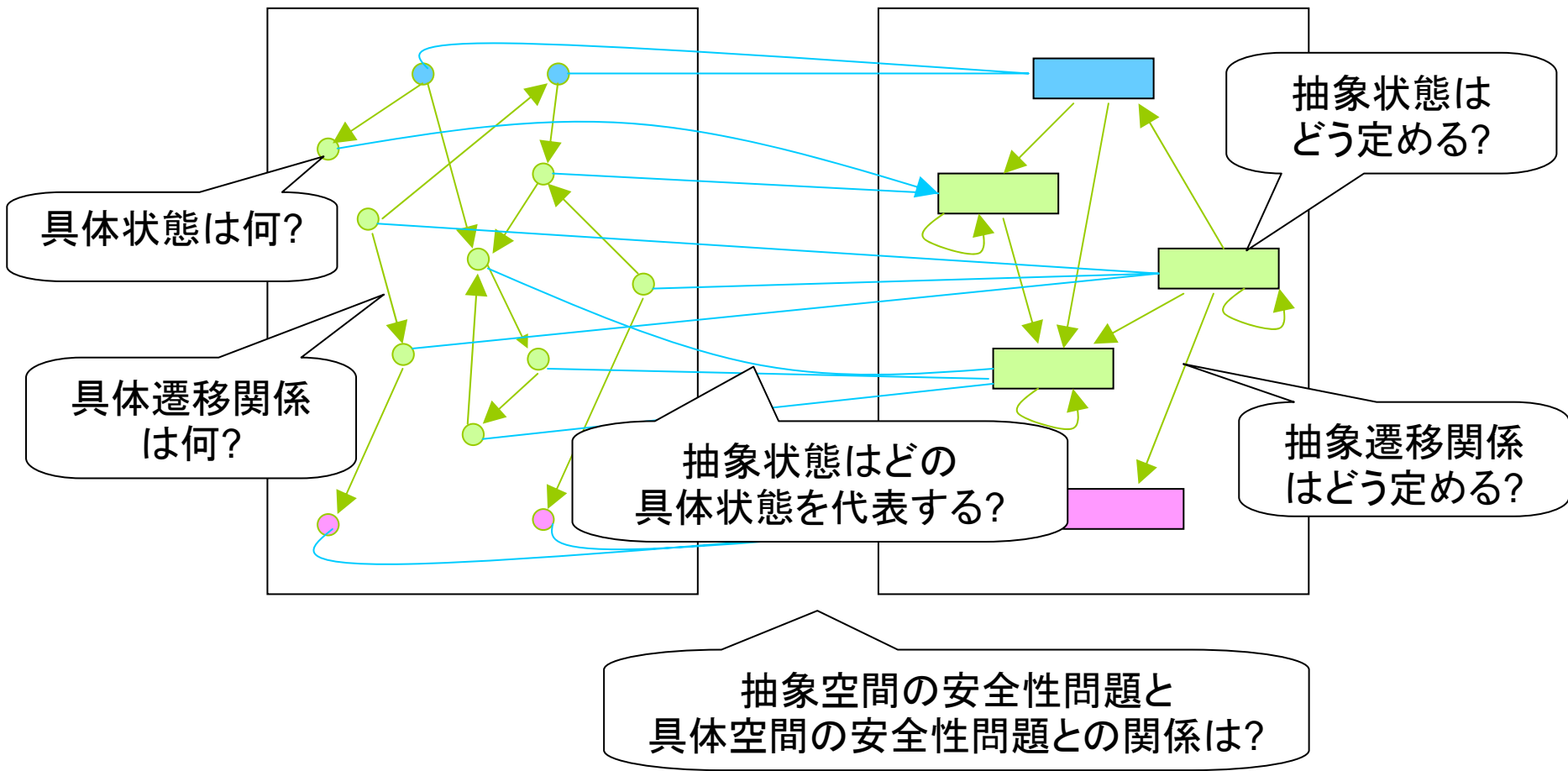
- 情報量順序  $a \sqsubseteq b$  ( $a, b = 0, 1, 1/2$ )  
「aとbは矛盾せず, aの方がより詳しいか等しい」
- $0 \sqsubseteq 1/2, 1 \sqsubseteq 1/2, 0 \sqsubseteq 0, 1 \sqsubseteq 1, 1/2 \sqsubseteq 1/2$



# 抽象化

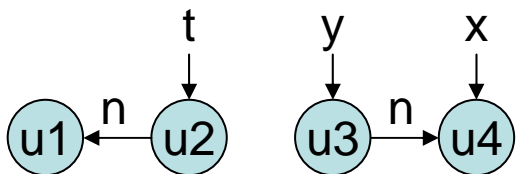
具体空間

抽象空間



# 具体構造

- 具体構造(2値構造): 具体空間の状態



- 述語  $x(\cdot)$ ,  $y(\cdot)$ ,  $t(\cdot)$ ,  $n(\cdot, \cdot)$  に対する真偽値の割当とみることができる.

	x	y	t
u1	0	0	0
u2	0	0	1
u3	0	1	0
u4	1	0	0

n	u1	u2	u3	u4
u1	0	0	0	0
u2	1	0	0	0
u3	0	0	0	1
u4	0	0	0	0

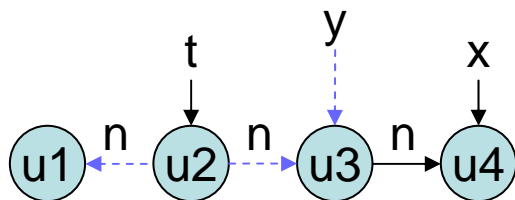


# 抽象構造

- 抽象空間の状態
- 抽象構造 (3値構造) : 述語に対して3値論理の真偽値 (0, 1/2, 2) を割り当てる.

	x	y	t
u1	0	0	0
u2	0	0	1
u3	0	1/2	0
u4	1	0	0

	n	u1	u2	u3	u4
u1	0	0	0	0	0
u2	1/2	0	1/2	0	0
u3	0	0	0	0	1
u4	0	0	0	0	0



# 述語

- **core predicates**: 構造を定める基本の述語.
  - (ポインタ型の) 変数  $x$  に対して, 単項述語  $x(\cdot)$ : 「 $x$ が表している」
  - (ポインタ型の) フィールド  $n$  に対して, 2項述語  $n(\cdot, \cdot)$ : 「 $n$ によるリンク関係がある」
  - 単項述語  $sm(\cdot)$ : 「2つ以上の具体ノードを表す」: 2値構造では常に値0, 3値構造では値0または1/2. (SuMmary)
- **instrumentation predicates**: core predicate を用いて定義する述語. 検証したい性質に応じて導入する. (しかし, 以下の3つは, たいがい必要となる. )
  - 単項述語  $is_n(\cdot)$ : リンク関係  $n$  によって, 2つの異なるノードから指されている. (IsShared)
  - 単項述語  $r_{x,n}(\cdot)$ : リンク関係  $n$  をたどることによって, 変数 $x$ から到達できる. (Reachable)
  - 単項述語  $c_n(\cdot)$ : リンク関係  $n$  をたどることによって, 自分自身に到達する. (Cyclic)

# 2値構造の例

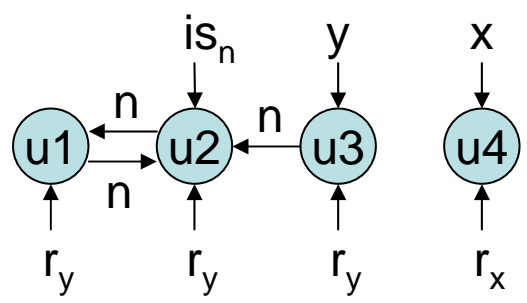
	core述語			instrumentation述語		
	sm	x	y	$is_n$	$r_x$	$r_y$
u1	0	0	0	0	0	1
u2	0	0	0	1	0	1
u3	0	0	1	0	0	1
u4	0	1	0	0	1	0

core述語

	n	u1	u2	u3	u4
u1	0	1	0	0	0
u2	1	0	0	0	0
u3	0	1	0	0	0
u4	0	0	0	0	0

2値構造では、常にsmの値は0

2値構造では、instrumentation述語の値はcore述語の値から決まる。



# 3値構造の例

	core述語			instrumentation述語		
	sm	x	y	$is_n$	$r_x$	$r_y$
v2	1/2	0	0	1/2	0	1
v3	0	0	1	0	0	1
v4	0	1	0	0	1	0

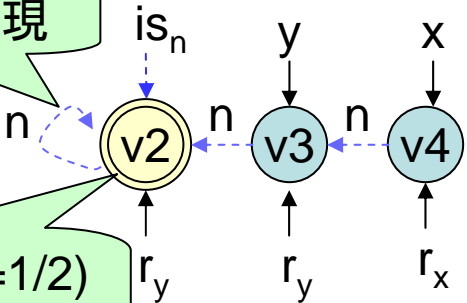
core述語			
n	v2	v3	v4
v2	1/2	0	0
v3	1/2	0	0
v4	0	1/2	0

smは0か1/2

3値構造では,  
instrumentation述語の値  
はcore述語の値から一意  
に決まるわけではない。

点線で1/2を表現

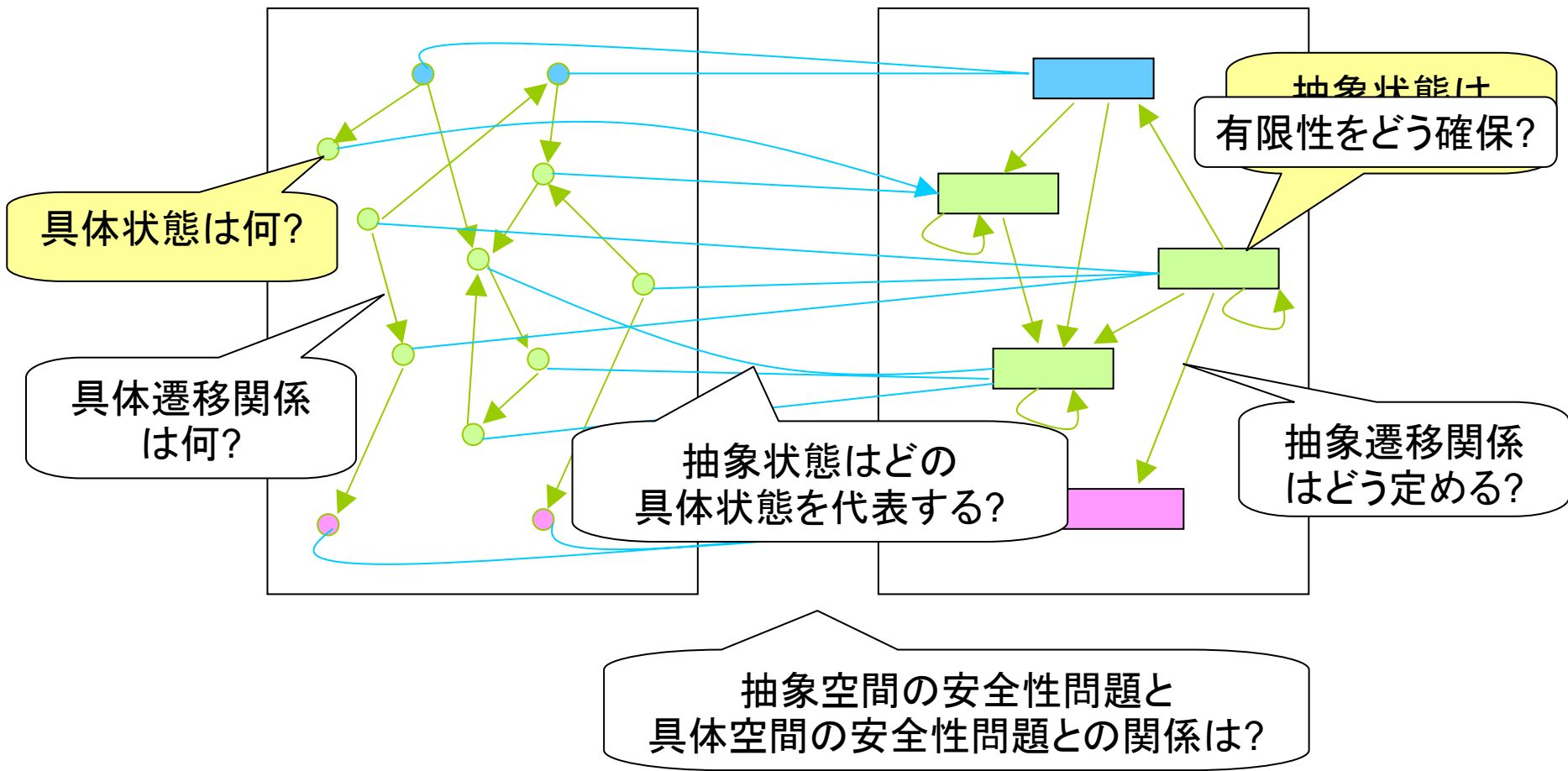
サマリノード(sm=1/2)  
は2重丸で表現



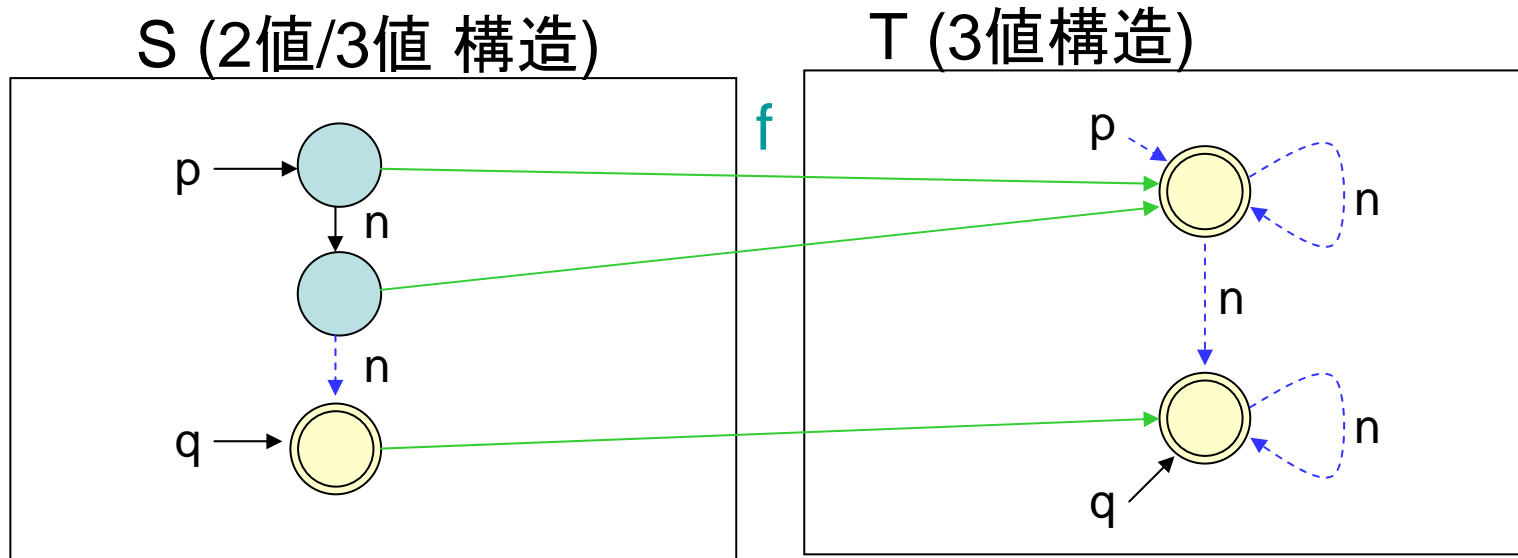
# 抽象化

具体空間

抽象空間

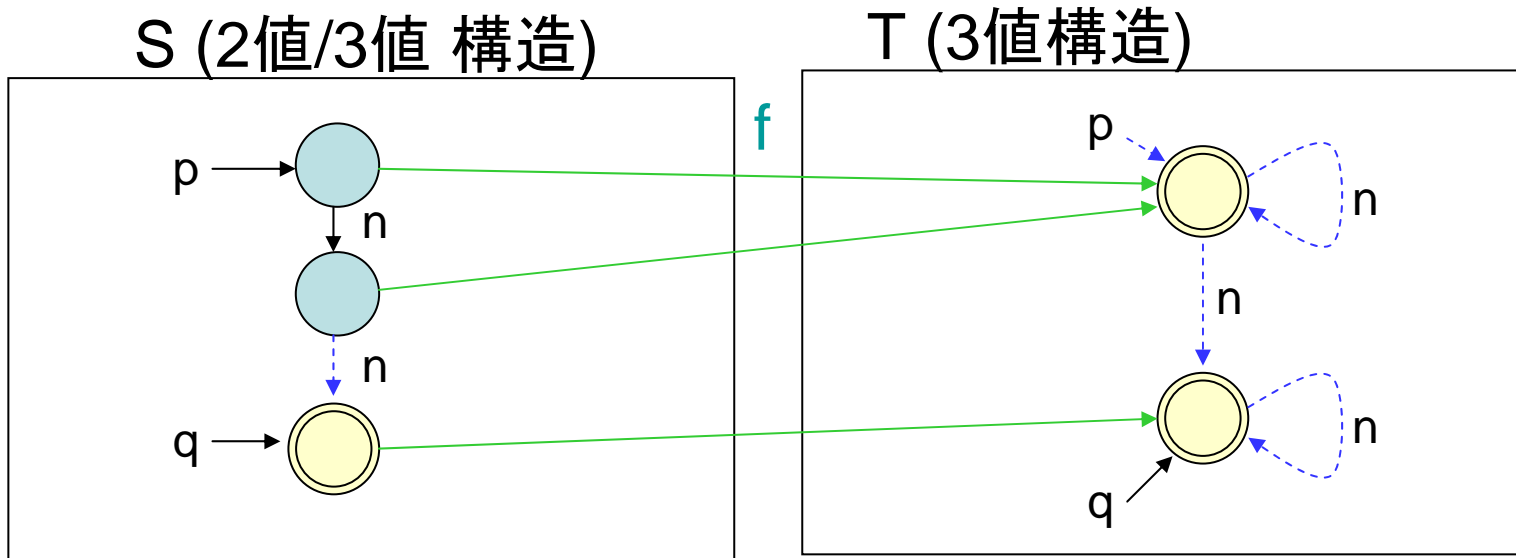


# 埋込



- $f: S \rightarrow T$  が埋込 iff
  - $f$  は全射
  - 各述語  $p$  に対し,  $p^S(u,..) \sqsubseteq p^T(f(u),...)$
  - $v \in T$  に対し,  $f(u)=v$  なる  $u$  が2個以上あるとき,  $sm^T(v) = 1/2$

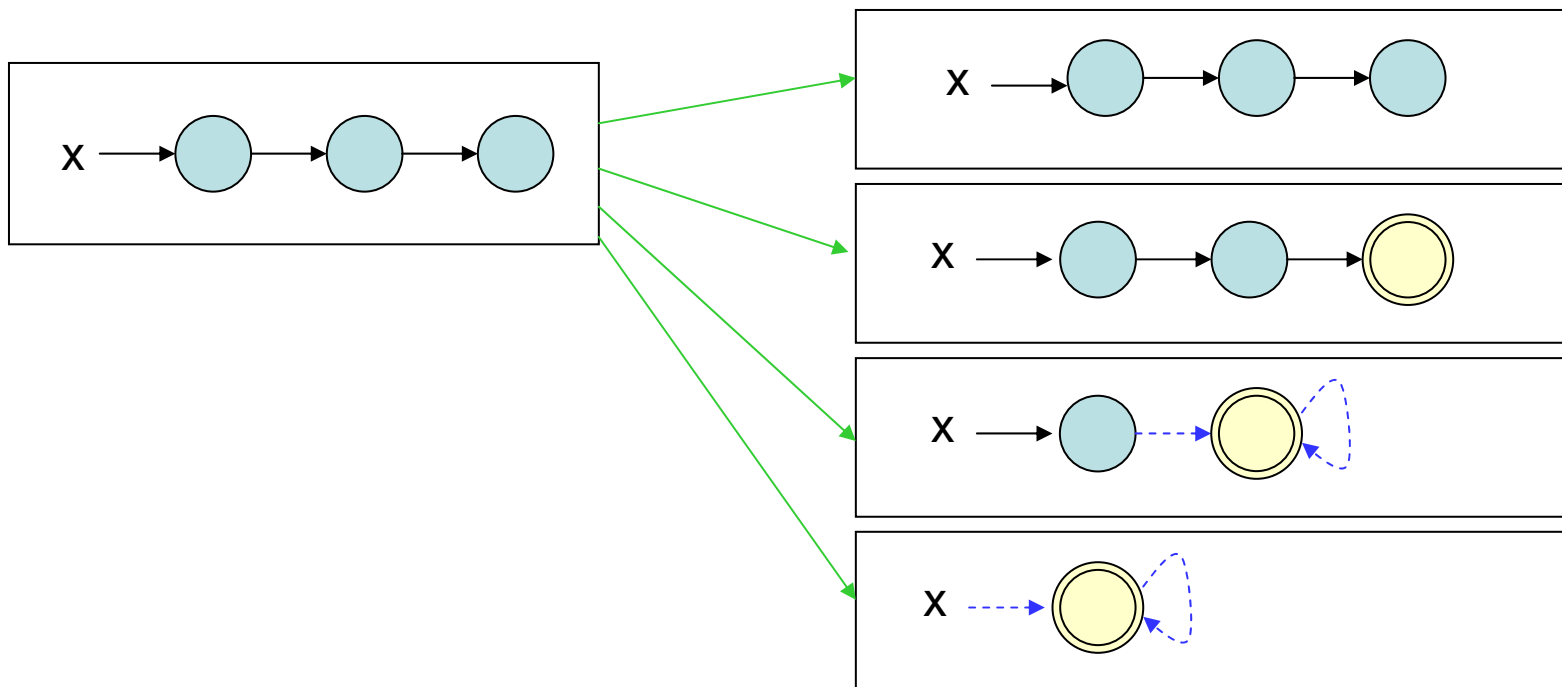
# 抽象化関係



- 埋込  $f: S \rightarrow T$  が存在する時, 抽象構造  $T$  は具体構造  $S$  を代表する. (抽象化関係)

## 抽象化関係 (2)

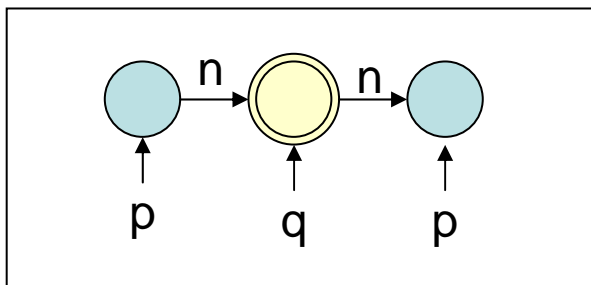
- 注意: 具体構造を決めても, それを代表する抽象構造は複数個ある.
- 注意: 抽象構造の全体は, 無限集合.



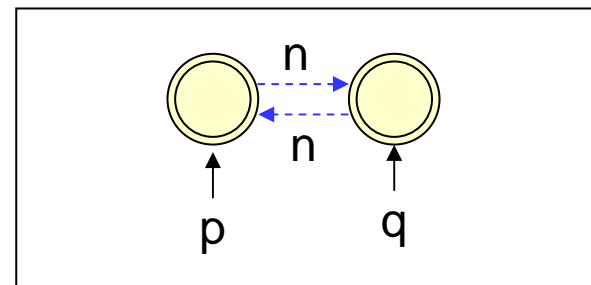


# 有界構造

- 3値構造 $T$ が**有界 (bounded)** iff  $v1, v2 \in T, v1 \neq v2$  ならば, 単項述語  $p$  があって  $p^T(v1) \neq p^T(v2)$ .
- 述語集合を決めれば, 有界構造は有限個しかない.
- 任意の2値/3値構造は, **標準抽象化** (次スライド) によって, 有界な3値構造に埋め込める.
- したがって, 抽象空間を有界構造のみに限ることによって, 全数探索による安全性検査が可能である.



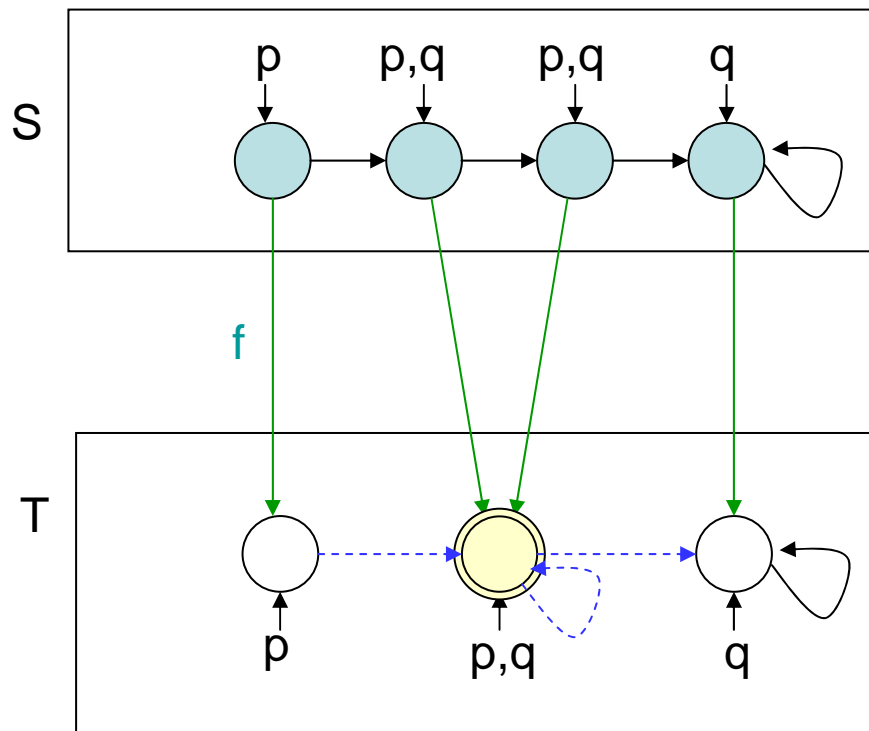
有界でない



有界

# 標準抽象化 (1)

- 3値構造  $S$  に対して, 以下の方法で, 有界な3値構造  $T$  と, 埋込  $f : S \rightarrow T$  が作れる. これを, 標準抽象化 (canonical abstraction) と呼ぶ.



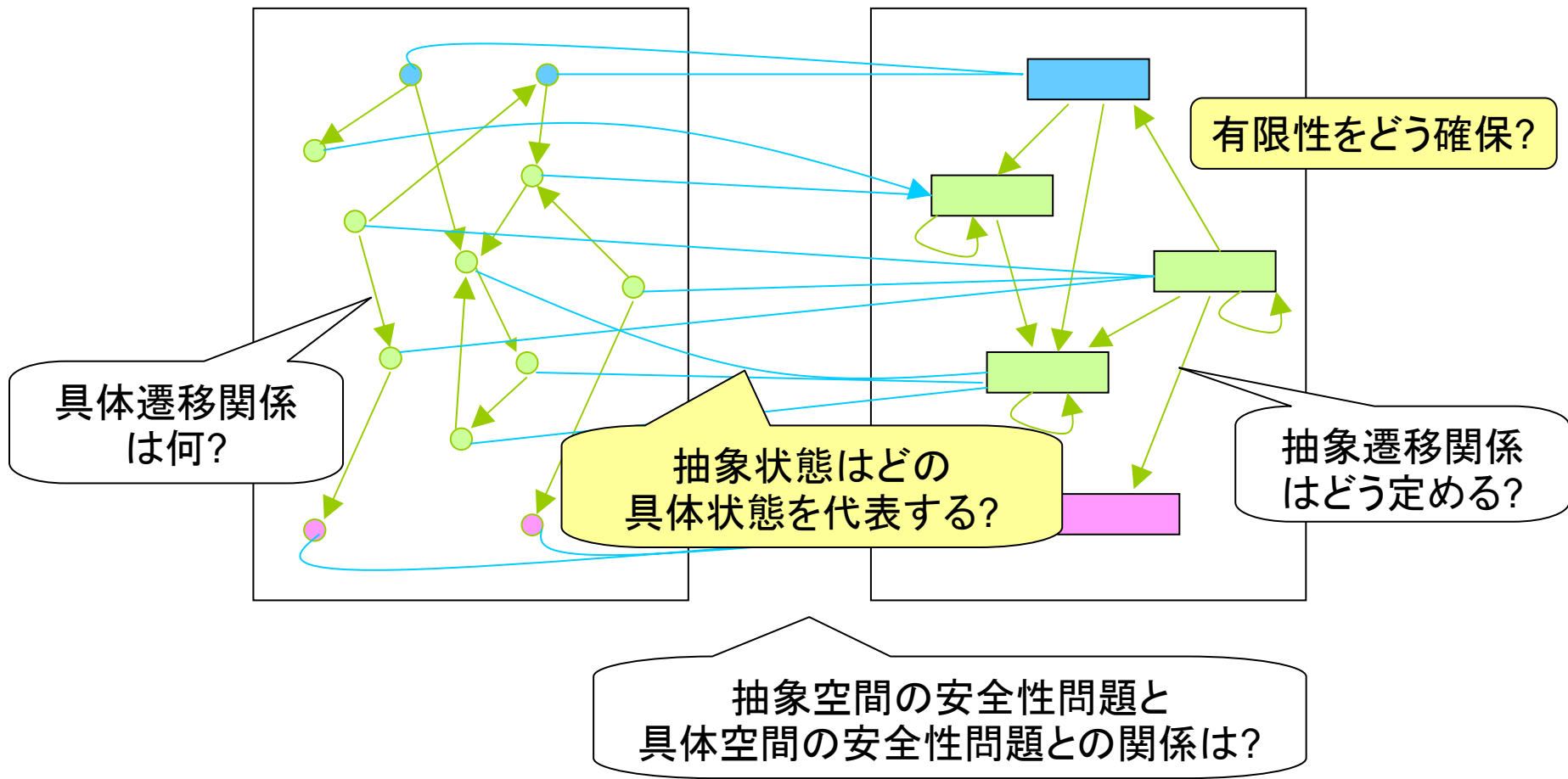
## 標準抽象化 (2)

- 3値構造  $S$  に対して, 以下の方法で, 有界な3値構造  $T$  と, 埋込  $f: S \rightarrow T$  が作れる. これを, 標準抽象化 (canonical abstraction) と呼ぶ.
- 単項述語の全体を  $p_1, \dots, p_n$  とする.
- 各  $u \in S$  に対して, 長さ  $n$  の  $\{0, 1/2, 1\}$  の列を対応させる.  $i$  番目の値が  $p_i^S(u)$ .
- 長さ  $n$  の  $\{0, 1/2, 1\}$  の列  $v$  で, 対応する  $u \in S$  が存在するものの全体を  $T$  とする.  $f(u) = v$ . 対応する  $u$  が1個で,  $sm^S(u) = 0$  のときには  $sm^T(v) = 0$ , そうでないときには  $sm^T(v) = 1/2$ .
- その他の述語については, たとえば
$$n^T(v, v') = \bigvee \{ n^S(u, u') \mid f(u) = v, f(u') = v' \}$$

# 抽象化

具体空間

抽象空間



## pre: 抽象遷移の計算準備 (1)

- 述語  $p$  と命令  $op$  に対して, 論理式  $pre(p, op)$  を定める: 命令  $op$  によって, 2値構造  $S$  が  $S'$  に変化する時,

$$pre(p, op)^S(v, \dots) = p^{S'}(v, \dots)$$

- 例:

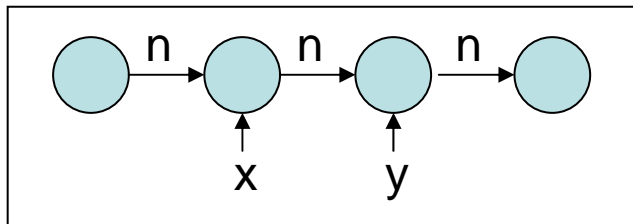
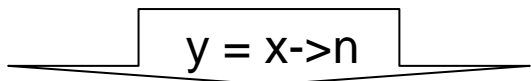
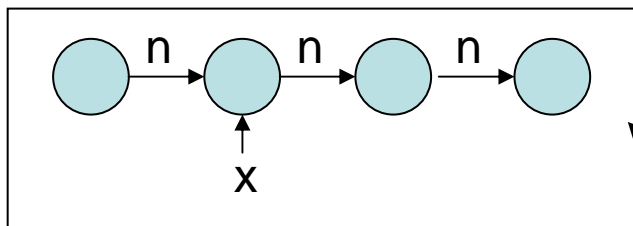
$$- pre(y, y = x \rightarrow n)(v) = \exists u (x(u) \wedge n(u, v))$$

$$- pre(r_{y,n}, y = x \rightarrow n)(v) = r_{x,n}(v) \wedge (c_n(v) \vee \neg x(v))$$

# pre: 抽象遷移の計算準備 (2)

$$\text{pre}(y, \underline{y} = \underline{x} \rightarrow n)(v) = \exists u (x(u) \wedge n(u, v))$$

vはxがなりたっているところのとなり



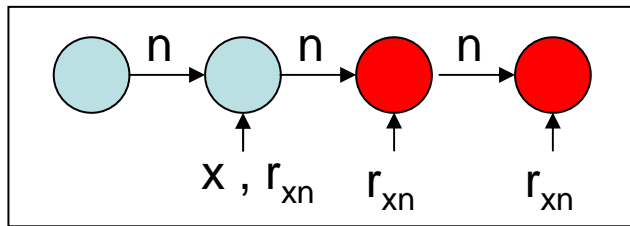
$$\text{pre}(y, \underline{y} = \underline{x} \rightarrow n)(v)$$

$\Leftrightarrow$

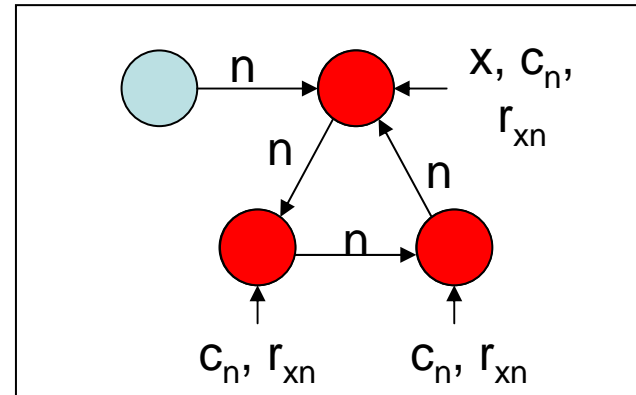
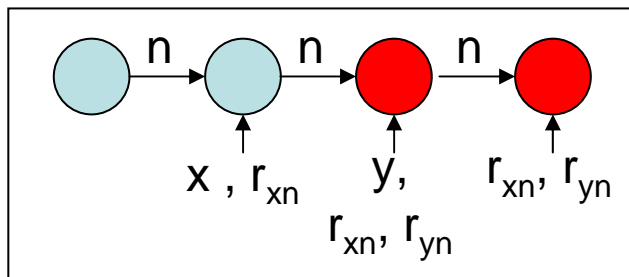
$$y(v)$$

# pre: 抽象遷移の計算準備 (3)

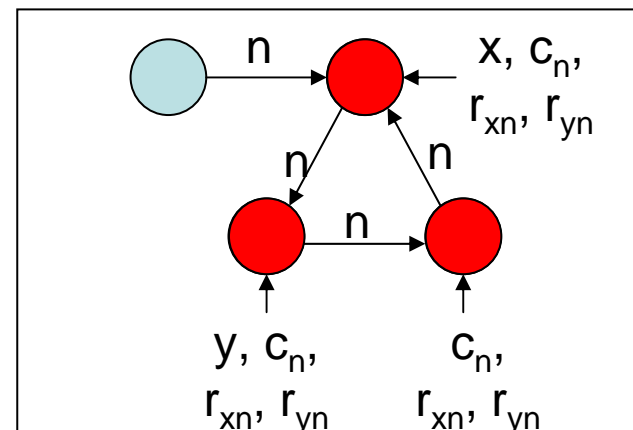
$$\text{pre}(r_{y,n}, \mathbf{y} = \mathbf{x} \rightarrow \mathbf{n})(v) = r_{x,n}(v) \wedge (c_n(v) \vee \neg x(v))$$



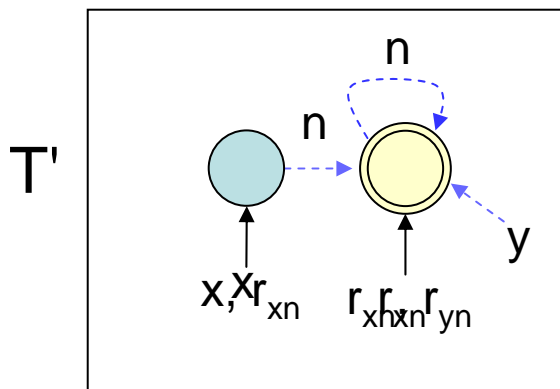
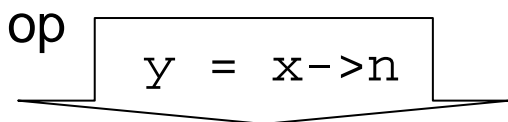
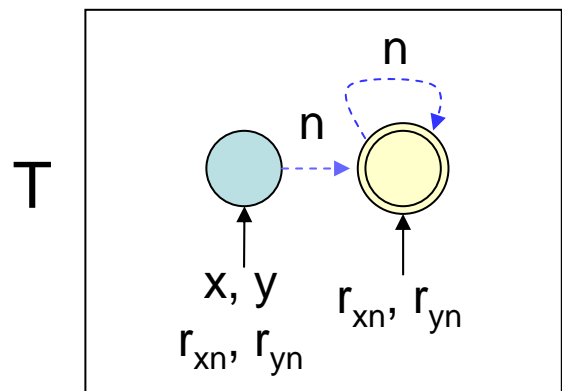
$y = x \rightarrow n$



$y = x \rightarrow n$



# 抽象遷移の計算



- 3値構造 T に 命令 op を施した結果の3値構造 T' を求める計算

- ノードは変えない. smも同じ.

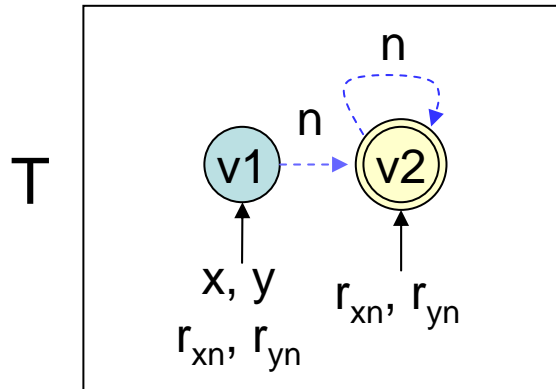
- p の値は,  $pre(p, op)$  を用いて計算する:

$$p^{T'}(v, \dots) = (pre(p, op))^{T'}(v, \dots)$$

- $pre(x, op)(v) = x(v)$
- $pre(n, op)(v, v') = n(v, v')$
- $pre(r_{xn}, op)(v) = r_{xn}(v)$
- $pre(y, op)(v) = \exists u. x(u) \wedge n(u, v)$
- $pre(r_{yn}, op)(v) = r_{xn}(v) \wedge (c_n(v) \vee \neg x(v))$



# くどいようですが...



- $\text{pre}(y, \text{op}) (v) = \exists u. x(u) \wedge n(u, v)$

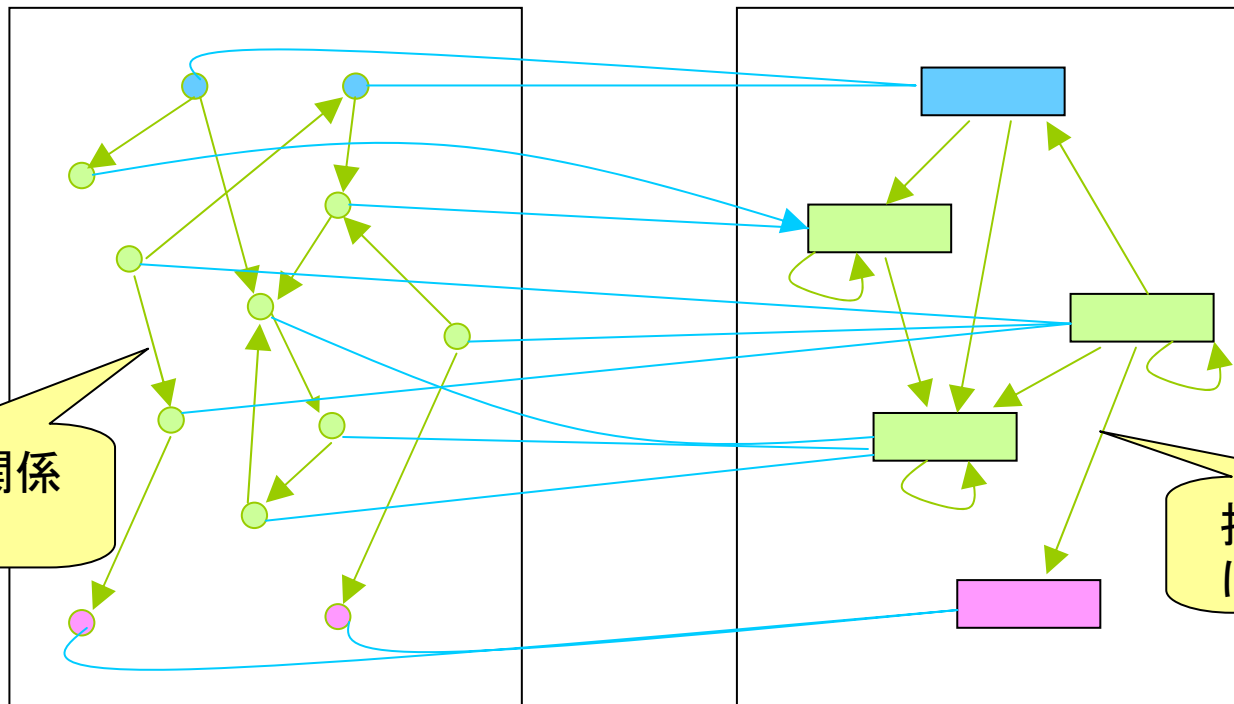
$$\begin{aligned} \text{pre}(y, \text{op}) (v1) &= \exists u. x(u) \wedge n(u, v1) \\ &= (x(v1) \wedge n(v1, v1)) \vee (x(v2) \wedge n(v2, v1)) \\ &= (1 \wedge 0) \vee (0 \wedge 0) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{pre}(y, \text{op}) (v2) &= \exists u. x(u) \wedge n(u, v2) \\ &= (x(v1) \wedge n(v1, v2)) \vee (x(v2) \wedge n(v2, v2)) \\ &= (1 \wedge 1/2) \vee (0 \wedge 1/2) \\ &= 1/2 \end{aligned}$$

# 抽象化

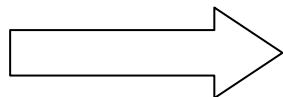
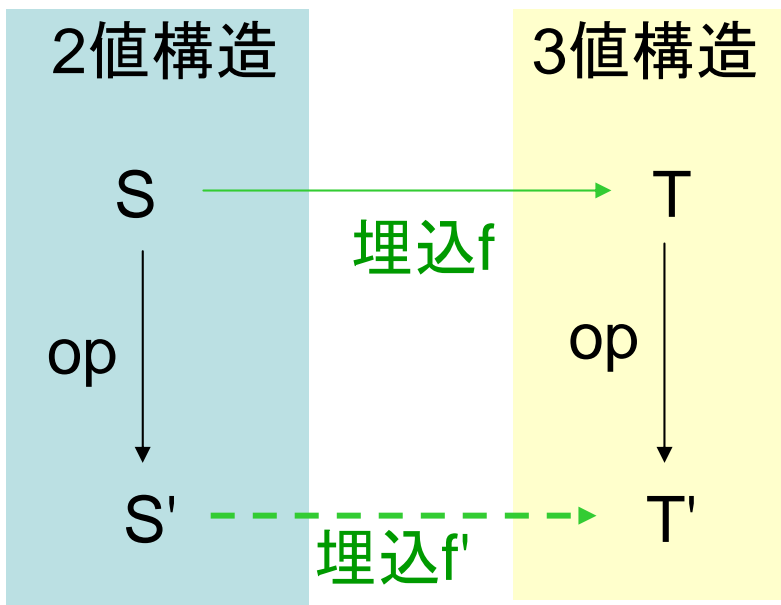
具体空間

抽象空間



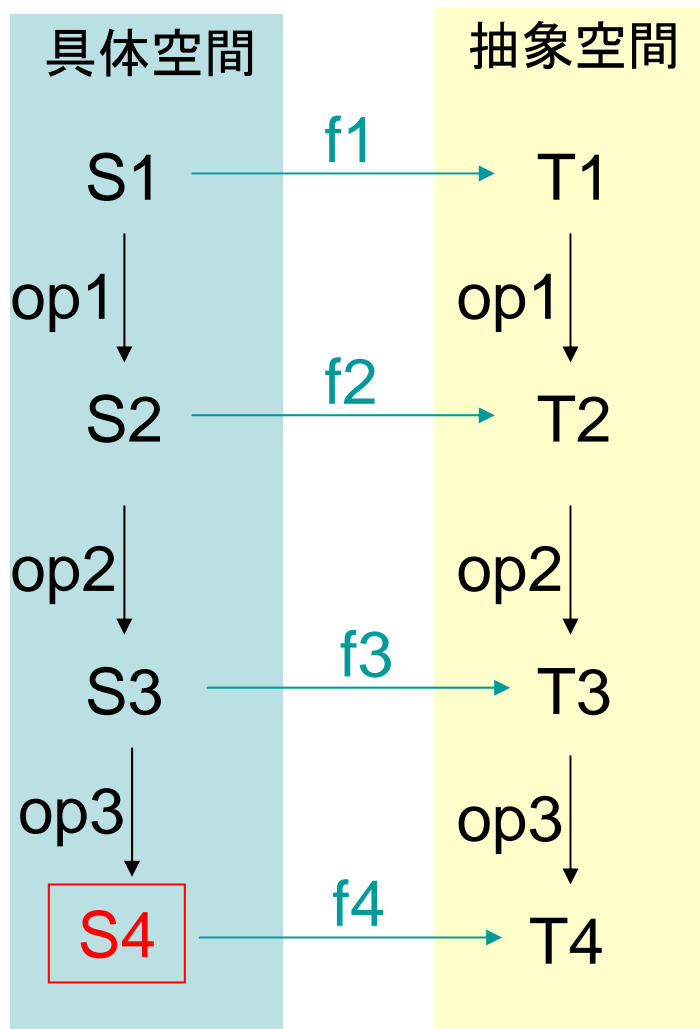
抽象空間の安全性問題と  
具体空間の安全性問題との関係は?

# 抽象化の正当性: 補題

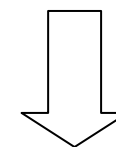


S'からT'に埋込が存在する.

# 抽象化の正当性

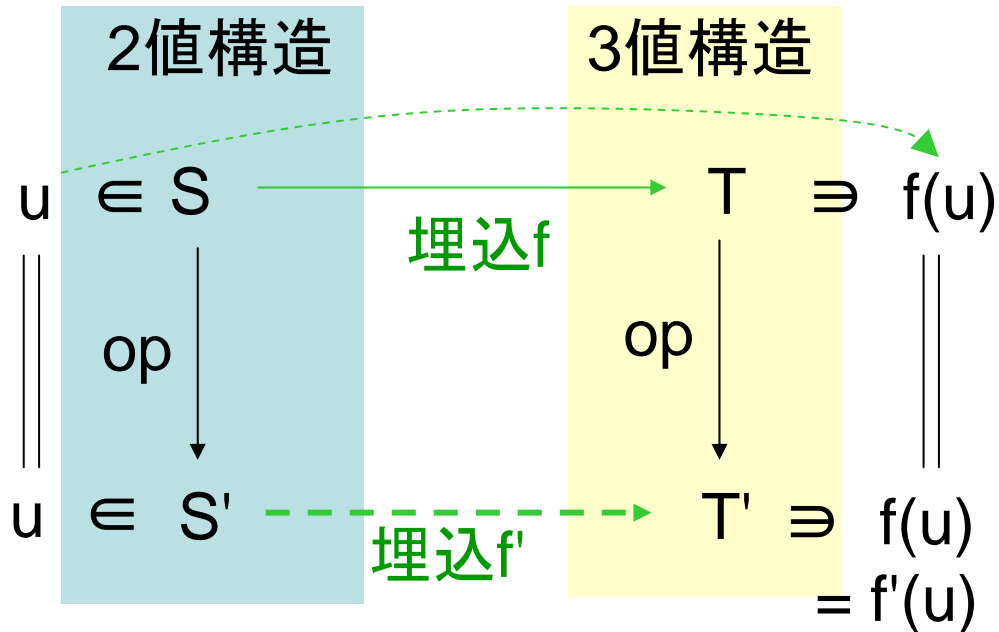


具体空間で危険状態に到達するならば、抽象空間でも危険状態に到達する。



抽象空間で、安全性が確認できれば、具体空間でも、安全性が保障される。

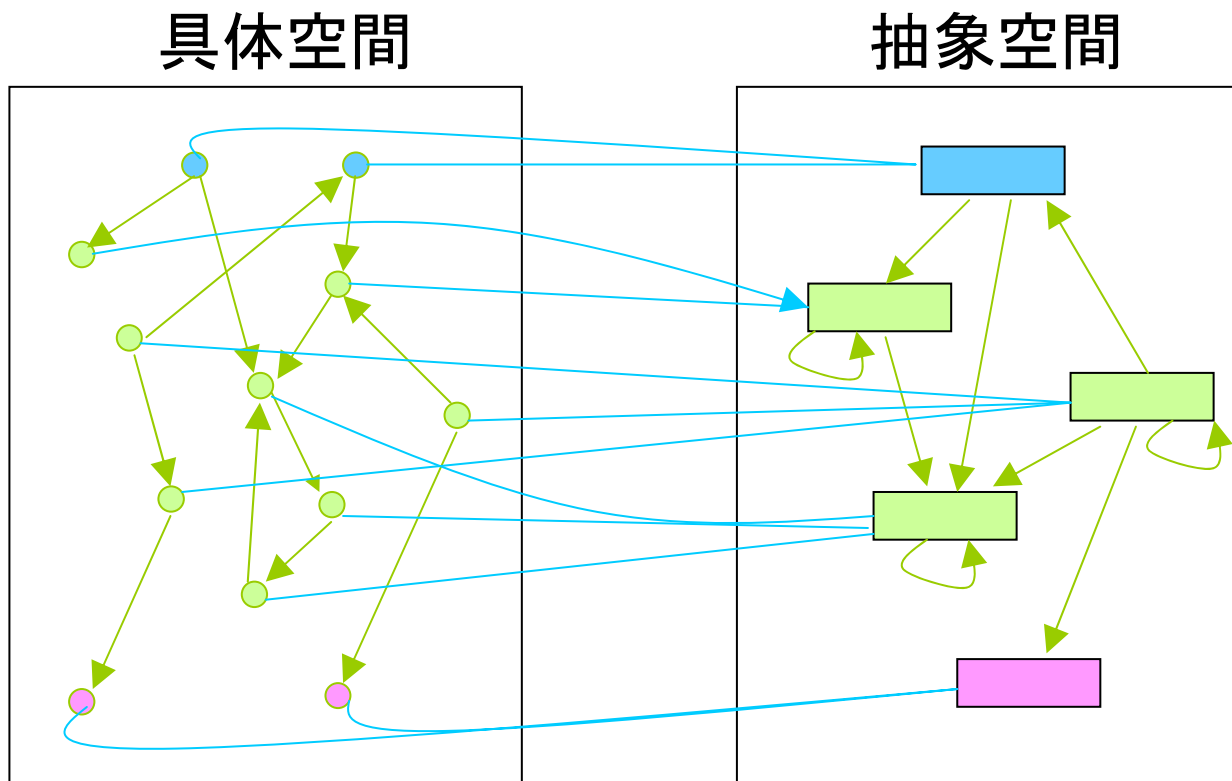
# 抽象化の正当性: 補題の証明



$$\begin{aligned}
 & p^{S'}(u, \dots) \\
 &= \text{pre}(p, \text{op})^S(u, \dots) \\
 &\sqsubseteq \text{pre}(p, \text{op})^T(f(u), \dots) \\
 &= p^{T'}(f'(u), \dots)
 \end{aligned}$$

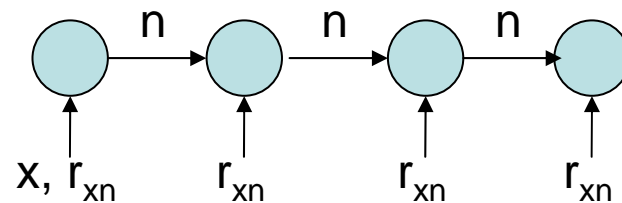
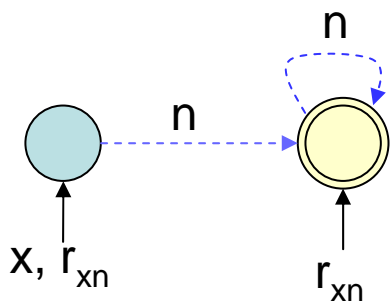
- $f: S \rightarrow T$  が埋込 iff
  - $f$  は全射
  - $v \in T$  に対し,  $f(u)=v$  なる  $u$  が2個以上あるとき,  $\text{sm}^T(v) = 1/2$
  - 各述語  $p$  に対し,  $p^S(u, \dots) \sqsubseteq p^T(f(u), \dots)$

# 抽象化



抽象空間の安全性問題と  
具体空間の安全性問題との関係は？

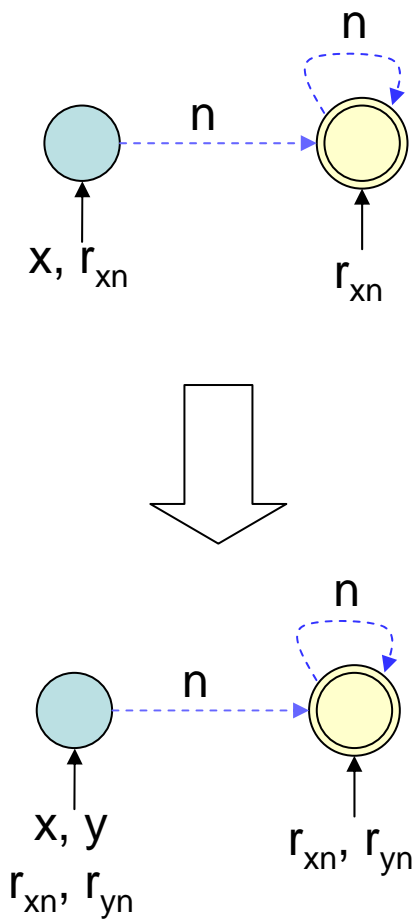
# 机上実験 (精度は十分?)



```

y = NULL;
while (x != NULL) {
    t = y;
    y = x;
    x = x->n;
    y->n = t
}
    
```

# 机上実験 (精度は十分?)



```
y = NULL;
```

```
while (x != NULL) {
```

```
    t = y;
```

```
    y = x;
```

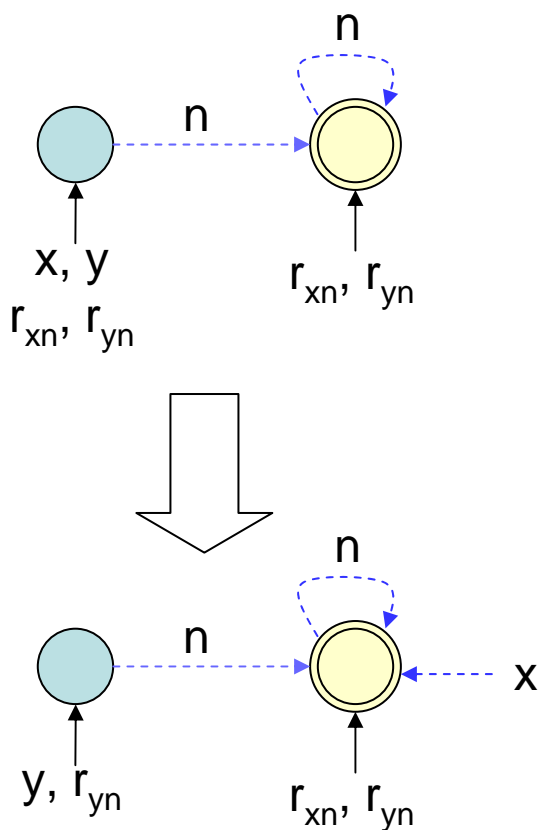
```
    x = x->n;
```

```
    y->n = t
```

```
}
```



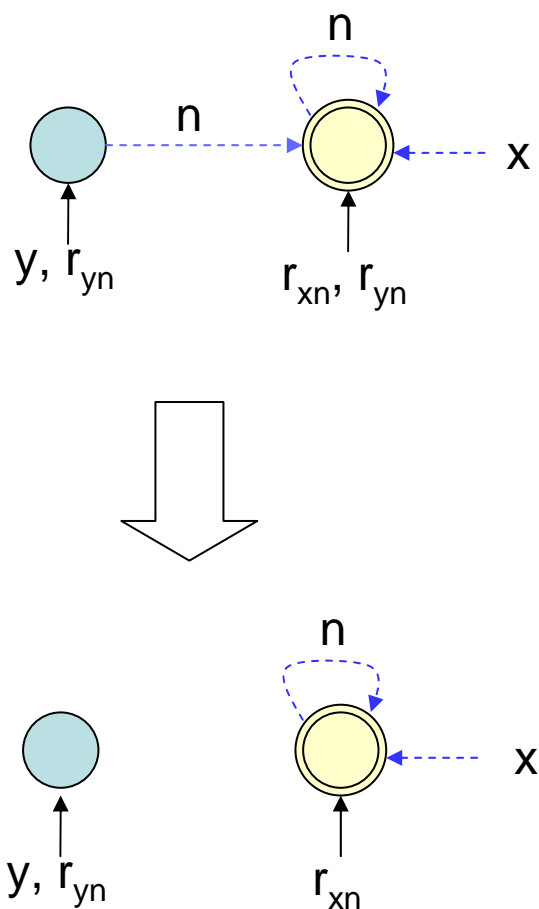
# 机上実験 (精度は十分?)



```

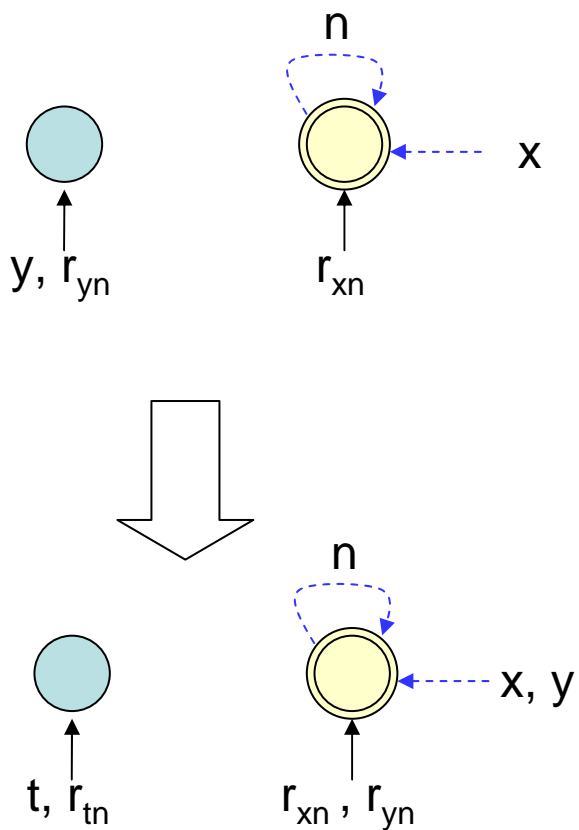
y = NULL;
while (x != NULL) {
    t = y;
    y = x;
    x = x->n;
    y->n = t;
}
    
```

# 机上実験 (精度は十分?)



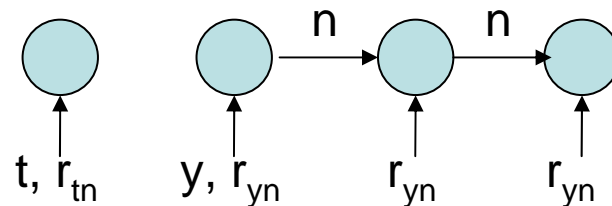
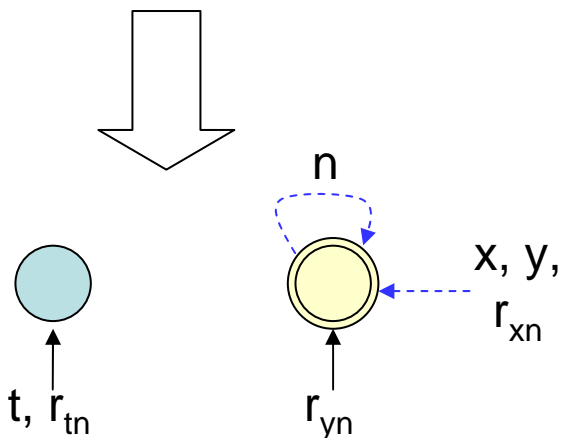
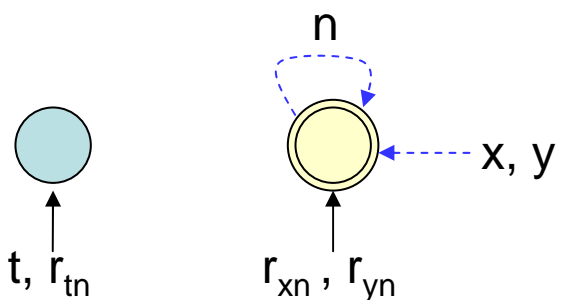
```
y = NULL;  
while (x != NULL) {  
    t = y;  
    y = x;  
    x = x->n;  
    y->n = t;  
}
```

# 机上実験 (精度は十分?)



```
y = NULL;  
while (x != NULL) {  
    t = y;  
    y = x;  
    x = x->n;  
    y->n = t  
}
```

# 机上実験 (精度は十分?)



```

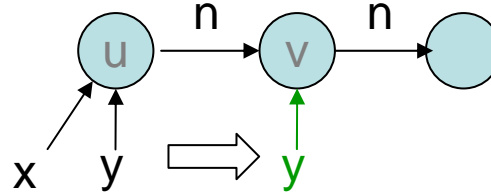
y = NULL;
while (x != NULL) {
    t = y;
    y = x;
    x = x->n;
    y->n = t
}
    
```

## より精密な抽象化

- ここまで述べた抽象化では、検証に必要な精度が得られないことが多い。
- 理由1: ノードの操作は、変数の場所で行われる。変数が、サマリーノードを指していると、情報が失われる。 ⇒ 「focus」
- 理由2: 述語が成り立つことで、ありうる形状に制約がかかる場合がある。この制約が反映できていない。 ⇒ 「coerce」



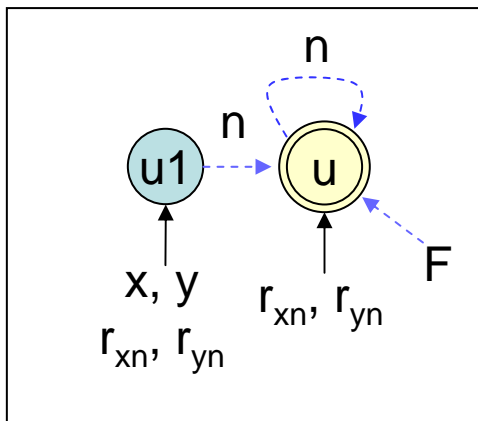
## focus



- 例:  $y = y \rightarrow n$
- focus 論理式:  $F(v) = \exists u. y(u) \wedge n(u, v)$   
 $= \text{pre}(y, y \rightarrow n)$
- 実行後に左辺  $y$  が指すノードで, 実行前に  $F(v)$  が成り立つ.
- focus 論理式の値が  $1/2$  にならないようにノードを分割

# focus (2)

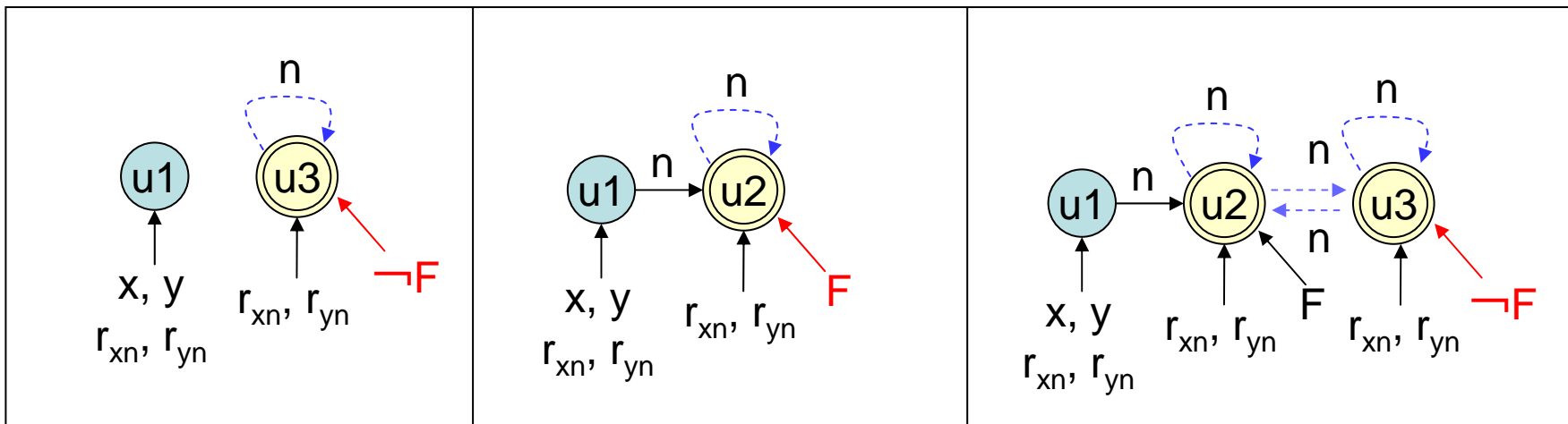
focus前



$$F(\cdot) = \exists u_1. y(u_1) \wedge n(u_1, \cdot)$$

$$n(u1, u) = 1/2$$

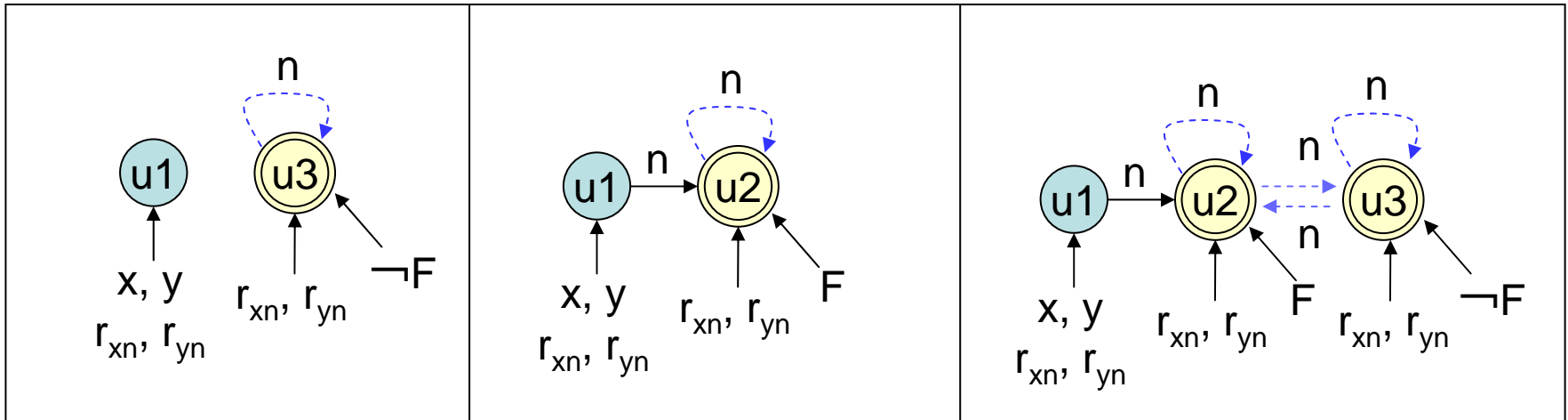
focus後



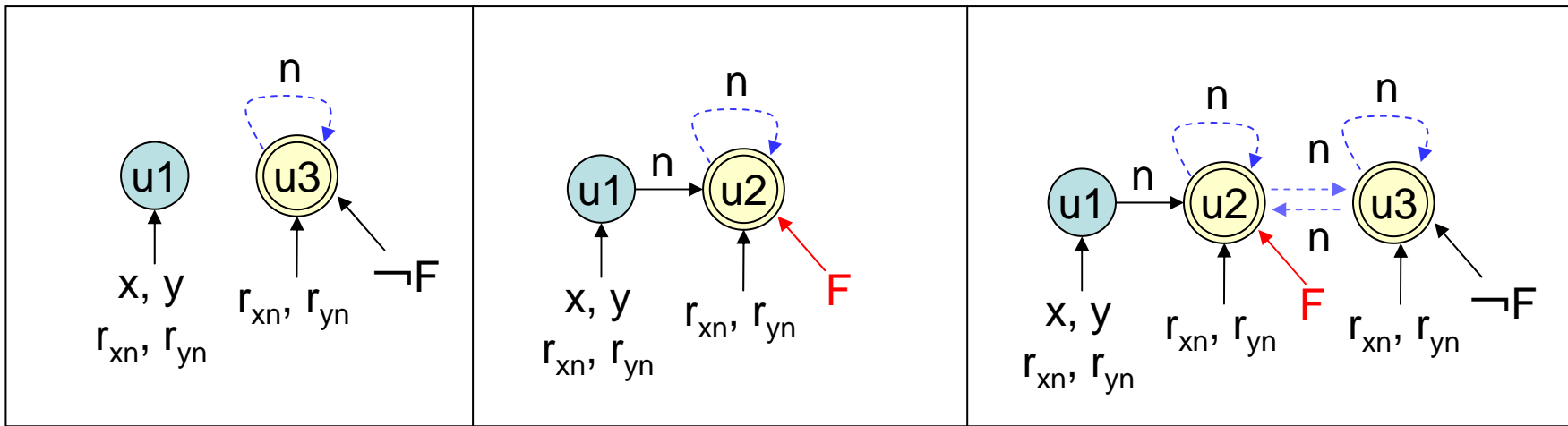
$$n(u1, u3) = 0, \quad n(u1, u2) = 1$$



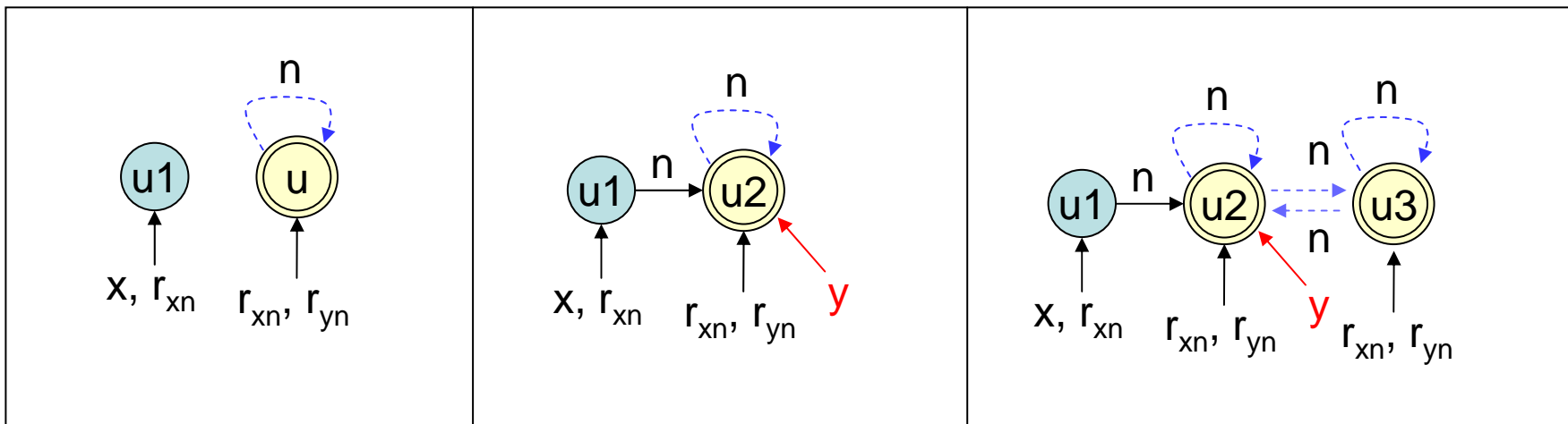
# focus (2)



# 更新



$y = y \rightarrow n$

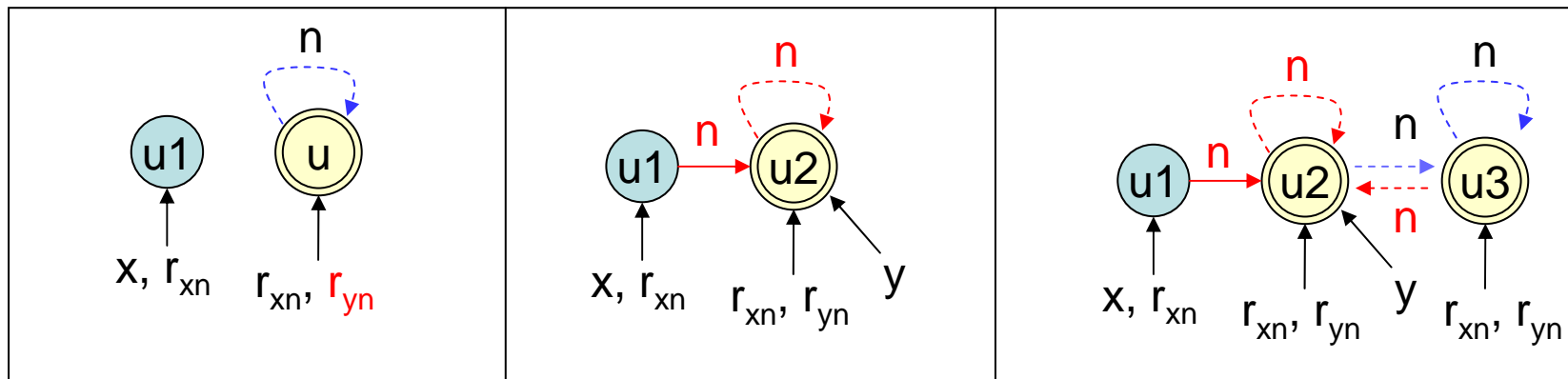


## coerce

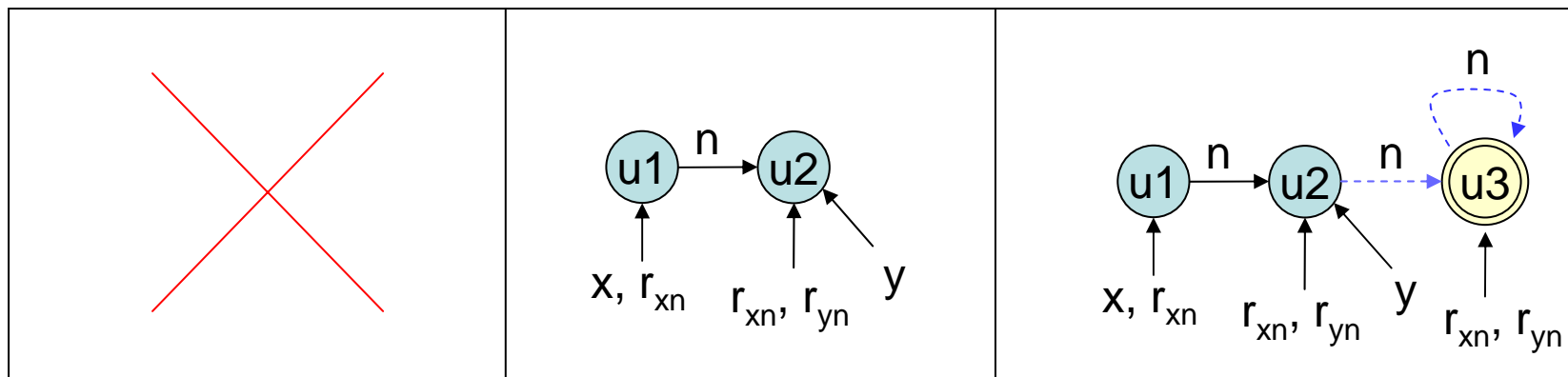
- 存在し得ない構造体を削除する.
  - $y$ が存在しないのに,  $r_{y,n}$ が成立するノードがある.
  - $c_n$ が成立しているノードで,  $n$ のリンクがない.
- 真偽値  $1/2$  が割り当てられている命題を  $0$  または  $1$  に割り当てる.
  - $is_n(v) = 0, n(u,v) = 1, n(w,v) = 1/2$  ならば,  $n(w,v) = 0$  に割り当て直せる.
  - $r_{xn}(u) = 1, n(u,v) = 1, r_{xn}(v) = 1/2$  ならば,  $r_{xn}(v) = 1$  に割り当て直せる.

# coerce (2)

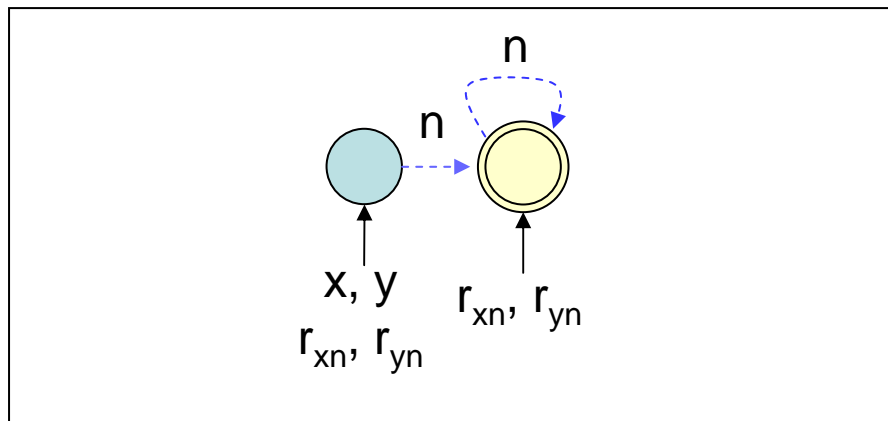
coerce前



coerce後

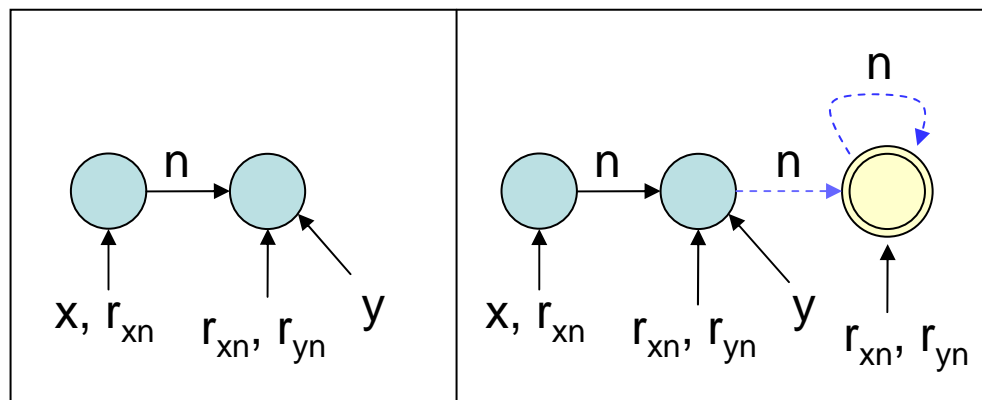
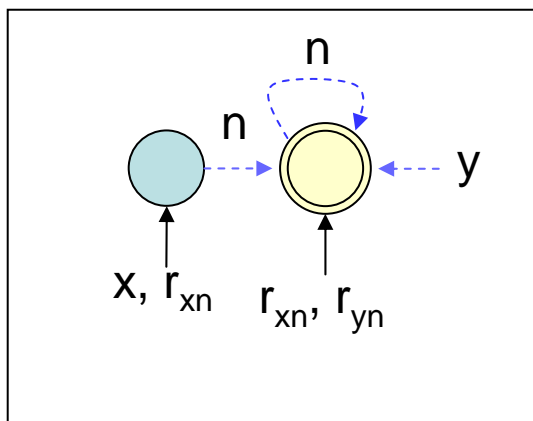


# より精密な抽象化(3)



更新

focus + 更新 + coerce



# 検証例 (TVLA)

...別ウィンドウ...

# 復習

- アルゴリズムの検証?
- ソースコード検証
- 抽象化による有限遷移系の全数探索
- 述語抽象化
- 反例を用いた抽象構造の詳細化
- シェープ解析
- 3値論理を用いた抽象構造
- focus/coerceによる詳細化

# 参考文献

- E.M. Clarke, O.Grumberg, and D.Peled: Model Checking. MIT Press, 1999  
モデル検査の (よく参照される) 教科書. 抽象化についても記述されている.
- Thomas A. Henzinger, Ranjit Jhala, Rupak Majumdar and Gregoire Sutre: Lazy Abstraction. In ACM SIGPLAN-SIGACT Conference on Principles of Programming Languages, pages 58-70, 2002.  
BLASTの動作原理である遅延抽象化と述語発見法について.
- Susanne Graf, Hassen Saidi: Construction of abstract state graphs with PVS. Conference on Computer Aided Verification CAV'97 (LNCS 1254) pp.72-83, 1997  
述語抽象化について. (下の論文の方がわかりやすいか?)
- Thomas Ball, Rupak Majumdar, Todd Millstein, Sriram K. Rajamani: Automatic Predicate Abstraction of C Programs. Conference on Programming Language Design and Implementation 2001, SIGPLAN Notices 36(5), pp. 203-213  
BLASTと同様の(こちらの方が古い)考え方で設計されているツールSLAMIにおける述語抽象化について.
- Edmund M. Clarke, Orna Grumberg, Somesh Jha, Yuan Lu and Helmut Veith: Counterexample-Guided Abstraction Refinement. Computer Aided Verification, 12th International Conference (CAV 2000)  
反例による抽象構造の詳細化.
- Sagiv M., Reps T, and Wilhelm R.: Parametric shape analysis via 3-valued logic TOPLAS, 24:3 (2002)  
TVLAの動作原理である3値論理によるシェープ解析について.
- Alexey Loginov, Thomas Reps and Mooly Sagiv: Automated Verification of the Deutsch-Schorr-Waite Tree-Traversal Algorithm. The 13th International Static Analysis Symposium (SAS 2006)  
TVLAによるDeutsch-Schorr-Waiteアルゴリズムの検証. オリジナルのアルゴリズムとは若干異なる.



(スライド末尾)

このスライド(またはそのアップデート版)は、以下のURLからダウンロードできます:  
<http://staff.aist.go.jp/tanabe.yoshinori/06/09/12/>